

**A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA NO ENSINO DE FÍSICA***Mathematical Modeling as a Strategy in Physics Teaching***Rosivaldo Carvalho Gama Júnior** [rosivaldo.junior@ueap.edu.br]*Universidade do Estado do Amapá**Av. Presidente Vargas, 650 - Central, Macapá - AP***Márcia Jussara Hepp Rehfeldt** [mrehfeld@univates.br]*Universidade do Vale do Taquari**Av. Avelino Talini, 171 - Universitário, Lajeado - RS***Ítalo Gabriel Neide** [italo.neide@univates.br]*Universidade do Vale do Taquari**Av. Avelino Talini, 171 - Universitário, Lajeado - RS**Recebido em: 28/06/2021**Aceito em: 19/01/2022***RESUMO**

Este trabalho surgiu de uma prática pedagógica desenvolvida na disciplina de Modelagem Matemática, do Programa de Pós-Graduação Strito Sensu, no Mestrado em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade do Vale do Taquari - Univates. O objetivo deste trabalho é elucidar os resultados da execução de uma prática pedagógica com uma turma do segundo semestre do curso de Licenciatura em Ciências Naturais da Universidade do Estado do Amapá, utilizando a Modelagem Matemática no Ensino de Física. O tema escolhido pelo professor foi o volume de líquido deslocado quando um corpo é mergulhado parcial ou totalmente na água. Os corpos escolhidos para mergulhar na água foram: uma laranja, um limão, uma lata com ervilha e milho e uma lata apenas com milho. Para o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática, a turma foi dividida em quatro grupos: cada grupo ficou com uma situação-problema diferente que consistia em calcular o volume de líquido deslocado quando esses corpos fossem mergulhados na água. A partir desta situação-problema, os acadêmicos buscaram os dados necessários para a resolução do problema, como as medidas do raio da laranja, do limão, o raio e altura das latas. Os resultados foram validados e evidenciaram que os dados coletados, assim como a escolha do modelo matemático, foram bem-sucedidos. Ainda foi possível observar que atividades que envolveram Modelagem Matemática contribuíram para a participação criativa dos acadêmicos na construção do conhecimento, além de propiciar uma aula mais dinâmica e contextualizada.

**Palavras-chaves:** Prática pedagógica. Modelagem Matemática. Ensino de Física.

**ABSTRACT**

This work arose from a pedagogical practice developed in the Mathematical Modeling discipline, of the Strito Sensu Postgraduate Program, in the Master's Degree in Teaching Exact Sciences, at the University of Vale do Taquari - Univates. The objective of this work is to elucidate the results of the execution of a pedagogical practice with a class of the second semester of the Degree in Natural Sciences of the University of the State of Amapá, using Mathematical Modeling in Physics Teaching. The topic chosen by the professor was the volume of liquid displaced when a body is partially or totally immersed in water. The bodies chosen to be immersed in the water were: an orange, a lemon, a can with peas and corn and a can with only corn. For the development of the Mathematical Modeling activity, the class was divided into four groups: each group had a different problem situation that consisted of calculating the volume of liquid displaced when these bodies were immersed in water. From this problem-situation, the academics sought the data necessary to solve the problem, such as the measurements of the radius of the orange, the lemon, the radius and

height of the cans. The results were validated and showed that the data collected, as well as the choice of the mathematical model, were successful. It was also possible to observe that activities that involved Mathematical Modeling contributed to the creative participation of academics in the construction of knowledge, in addition to providing a more dynamic and contextualized class.

**Keywords:** Pedagogical practice. Mathematical Modeling. Teaching Physics.

## 1. INTRODUÇÃO

Diversas transformações tecnológicas que permeiam na sociedade têm possibilitado o acesso à comunicação e à informação cada vez mais precocemente; e, sempre que é necessário, recorremos ao mundo da *internet*. Neste sentido, considerando os processos de ensino e aprendizagem, são muitas as possibilidades que o meio globalizado permite aos docentes, cujos critérios devem ser estabelecidos no momento das escolhas e de acordo com os objetivos que se deseja alcançar nas aulas.

Diante desse cenário, é fundamental refletir sobre a prática pedagógica, na busca da utilização de novas ferramentas para o contexto da sala de aula. É notório que as aulas tradicionais, de Física, por exemplo, baseadas somente no quadro e no livro didático, não têm mais motivado nos estudantes o interesse pela ciência. Então, o professor exerce um papel importante nesse processo, em que este deve deixar de ser um mero transmissor das ideias para se tornar o mediador/mentor na construção do conhecimento diante de seus alunos.

Assim, o presente artigo relata uma prática pedagógica de modelagem matemática que envolve o conteúdo de volume de líquido deslocado em um recipiente quando um corpo é mergulhado parcial ou totalmente na água. Tal prática pode anteceder a abordagem do princípio de Arquimedes, que se refere “quando um corpo está parcial ou completamente imerso em um fluido, o fluido exerce sobre o corpo uma força de baixo para cima igual ao peso do volume do fluido deslocado pelo corpo” (YOUNG; FREEDMAN, 2008, p. 79).

Os sujeitos envolvidos são acadêmicos do segundo semestre do curso de Licenciatura em Ciências Naturais, na Universidade do Estado do Amapá (UEAP), localizada na capital Macapá. O objetivo deste artigo é elucidar os resultados da execução de uma prática pedagógica com os acadêmicos desta universidade, utilizando a modelagem matemática no Ensino de Física. Compreende-se que, ao abordar problemas de Física por meio da Modelagem Matemática, o estudante parte de uma situação-problema vislumbrada, levanta hipóteses e procura uma solução. Neste contexto, o aluno percebe a relevância de determinado conteúdo, bem como pode se sentir mais motivado em participar das atividades propostas.

Diante disso, a modelagem matemática pode ser um potencial estratégico de ensino de Física. Logo, concorda-se com Moreira (2014, p.10) ao mencionar que “a modelagem matemática está sempre presente na construção de teorias científicas, em particular de teorias físicas. Em decorrência, a modelagem matemática deveria também estar sempre presente no ensino de ciências, particularmente da Física”.

De forma equivalente, Brandão, Araújo e Veit (2008, p.11) reforçam que “a modelagem, mais do que uma ferramenta útil para a resolução de problemas, pode contribuir de forma significativa para uma visão de ciência adequada à prática científica moderna, cuja essência está na criação de modelos”.

Com a ideia de desenvolver uma estratégia de ensino-aprendizagem de Física mais interessante, em que o estudante pode se tornar um sujeito ativo no processo de construção do conhecimento e o professor como mediador, sugere-se a modelagem matemática. Para compreender

melhor essa proposta, a seguir descrevem-se alguns entendimentos do que se refere à modelagem matemática, à luz de: Bassanezi (1997; 2002; 2006; 2013), Biembengut (1997), Biembengut e Hein (2003; 2007), Barbosa (2001), Daroit, Haetinger e Dullius (2009), Vieceli (2006), Batista e Fusinato (2015).

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

A modelagem matemática sempre esteve na vida do homem. Por isso, muitos pesquisadores procuram interpretar o mundo real a partir da Matemática. Para Bassanezi, (2006, p. 44), “a atividade de aplicar a Matemática é tão antiga quanto a própria matemática. É sabido que muitas ideias em matemática surgiram a partir de problemas práticos”.

Muitas são as frentes de estudos acerca da modelagem matemática. Este artigo se propõe a discutir as características, etapas do processo e os casos que envolvem a modelagem matemática. Além disso, aborda-se como uma estratégia de ensino-aprendizagem.

Segundo Bassanezi (2006), a modelagem matemática consiste, principalmente, na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

De acordo com Biembengut e Hein (2003, p.12),

modelagem matemática é o processo que envolve a construção de um modelo matemático. Este, sob certa ótica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e, também, ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.

A Modelagem Matemática é considerada um processo que consiste na elaboração de um modelo matemático, para que esse venha auxiliar na interpretação de determinada situação ou realidade. A seguir, sugerem-se alguns exemplos do que pode ser considerado um modelo.

Para Bassanezi (2002, p. 20), “um modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”. Barbosa (2001), afirma que o modelo pode ser uma representação matemática de uma situação da realidade. No viés de Biembengut, (1997, p. 78) “o Modelo Matemático é uma imagem que se forma na mente, no momento em que o espírito racional busca compreender e expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacionar com algo já conhecido, efetuando deduções”. De acordo com Biembengut (1997, p. 89), “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduz, de alguma forma, um fenômeno em questão ou um problema de situação real, é denominado de Modelo Matemático.” E para Bassanezi e Biembengut, (1997, p. 65), “Modelo Matemático de um fenômeno é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduzem de alguma forma, o fenômeno em questão”.

Adicionalmente, Biembengut e Hein (2007) afirmam que um modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procuram traduzir um fenômeno em questão ou problema de uma vivência real por meio de expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos, representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais etc.

Os procedimentos da modelagem matemática, que envolvem a construção de um modelo matemático do mundo real, perpassam por três etapas. Biembengut e Hein (2007) destacam esses procedimentos:

- A Interação com o conteúdo compreende o reconhecimento do problema e a familiarização com o assunto. Nesta etapa, a situação-problema será delimitada com intuito de esclarecer o conteúdo aos estudantes para que possam buscar em diversas fontes de pesquisa, com a finalidade de ampliar o conhecimento em estudo.

- A Matematização engloba a interpretação do problema para a linguagem matemática, formulação do problema e a resolução deste problema. Para Biembengut (1997), esta etapa é a mais robusta e instigadora, pois é nela que se traduz a situação-problema em expressões, fórmulas ou gráficos a fim de se alcançar uma solução.

- O Modelo Matemático envolve a análise da solução, bem como da realização de teste para a validação do modelo. Esta fase é importante para avaliar se o modelo está adequado. Caso contrário, este deve ser modificado até que se chegue a uma solução condizente.

Em se tratando da efetivação da modelagem matemática em sala de aula, Barbosa (2001) identifica três condições de possibilidades, as quais se dividem em caso 1, caso 2 e caso 3, com as seguintes características: caso 1 – o professor elabora a situação-problema, simplifica e coleta os dados reais do problema, porém a resolução cabe ao aluno; caso 2 – neste caso, o professor elabora e apresenta aos alunos uma situação-problema. Diante do problema, os discentes passam a participar da simplificação e coleta de dados, ainda mais da resolução deste problema; caso 3 – para este caso, o estudante participa de todo o processo, perpassando desde a elaboração das situações-problemas, simplificação, levantamento de dados, até a resolução apropriada.

É importante destacar que, em todos os casos, o papel do docente é intermediar, possibilitar maior participação dos estudantes nas tomadas de decisões para interpretação e construção dos modelos matemáticos. Nesta prática pedagógica, utilizou-se o caso 2, em que o pesquisador elaborou e apresentou a situação-problema, relacionada com objetos do cotidiano dos acadêmicos, com a responsabilidade dos estudantes de simplificar e coletar os dados suficientes para uma resolução satisfatória.

É válido, também, abordar sobre as vantagens de trabalhar com a modelagem matemática. Uma delas é a motivação que contribui nos processos de ensino e de aprendizagem e, conseqüentemente, no entendimento de certos conteúdos. Nesse pensamento, Daroit, Haetinger e Dullius (2009) afirmam que o contato com problemas de sua realidade desperta nos estudantes maior motivação para o aprendizado, e, ainda, a compreensão dos conceitos. Adicionalmente, para os alunos, os benefícios vão além de estimular o aprendizado da Matemática e da Física: a modelagem matemática proporciona o desenvolvimento do lado criativo e crítico dos alunos, melhorando aspectos cognitivos de forma gradativa, interativa e reflexiva (VIECELI, 2006).

Bassanezi (2013) destaca que o interessante no uso da modelagem em sala de aula é possibilitar a aprendizagem agradável e atraente para o estudante, pois a usando em uma perspectiva de ensino mediador pelo docente, os alunos podem desenvolver um caráter investigativo no desenvolvimento do modelo matemático. Nestes processos de ensino e da aprendizagem, o estudante assume um papel ativo no entendimento de conceitos não somente de Matemática, mas de Física também.

A modelagem matemática exerce um importante papel na Física, pois é por meio de modelos matemáticos que se procura compreender dos fenômenos físicos. Entretanto, no ensino de Física, os modelos matemáticos são apresentados aos estudantes apenas para a resolução de exercícios e sem qualquer articulação com sua realidade. Nesse sentido, uso da modelagem

matemática na sala de aula surge para propiciar um ensino mais motivador, abordando situações ou problemas do contexto do estudante para que ele possa perceber a matemática como algo intrínseco ao seu contexto.

Nesta linha de pensamento, Batista e Fusinato (2015, p. 88) mencionam:

No ensino de física, a modelagem matemática também pode instigar os alunos a investigarem problemas físicos que descrevem situações reais, procurando aproximar o conhecimento ensinado na escola do cotidiano do aluno. No ensino superior esse argumento tem grande relevância, pois o ambiente de aprendizagem estabelecido entre o aluno e o professor favorece as relações interpessoais entre ambos que propicia a participação dos alunos nas atividades propostas pelo docente, fator importante, visto que o aprendizado começa a partir do momento que aluno se envolve.

Portanto, mais do que a construção de um modelo científico, a modelagem matemática pode desenvolver no aluno um ser reflexivo e crítico nas resoluções de problemas.

### 3. METODOLOGIA - PRÁTICA DESENVOLVIDA

Primeiramente, foi solicitada autorização via ofício à coordenação do curso da Universidade como intuito de realizar a prática de modelagem matemática durante a disciplina de Física II, ministrada pelo professor. Posteriormente, foi explicada, em reunião de colegiado, a importância da execução desta prática para os acadêmicos e para o professor. A prática pedagógica foi autorizada pelo colegiado. Neste contexto, participaram deste estudo dezesseis (16) acadêmicos de uma turma do segundo semestre em Licenciatura em Ciências Naturais da Universidade do Estado do Amapá (UEAP). Vale ressaltar que esta prática compreendeu um encontro de quatro (4) horas no período da tarde, ocorreu durante a abordagem do tema hidrostática e antecedeu o conteúdo sobre empuxo. Então, entendeu-se que seria importante saber o volume de líquido que é deslocado quando objetos são mergulhados em líquidos, antes de abordar o princípio de Arquimedes.

Deste modo, antes do início desta prática, os acadêmicos, primeiramente, foram questionados se já haviam desenvolvido alguma atividade de modelagem matemática ou sabiam a definição desta; a turma foi unânime em responder que “não”. A partir disso, com intuito de norteá-los na atividade, foi esclarecido que eles teriam que resolver uma situação-problema. Assim, foram apresentadas duas definições de modelagem matemática do próprio referencial teórico e alguns exemplos do que poderia ser considerado um modelo matemático.

Os instrumentos de coletas de dados foram o problema impresso em uma folha de papel A4, que serviu para construção dos modelos matemáticos pelos acadêmicos e o diário de campo do professor.

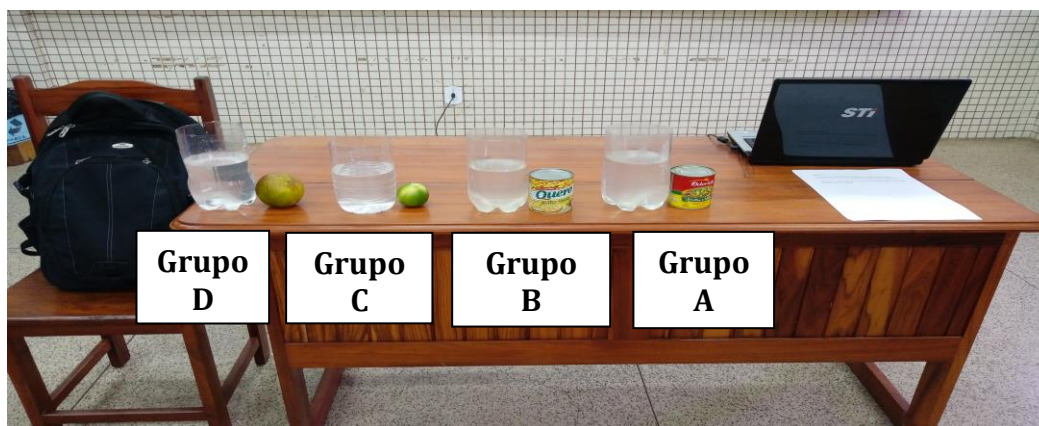
Inicialmente, o professor dividiu a turma em quatro (4) grupos, com quatro membros cada, denominados de **A**, **B**, **C** e **D**. Em seguida, um problema impresso foi entregue a cada grupo, respectivamente, a saber: ao inserir a lata (com ervilha e milho) na água, qual o volume desse fluido deslocado no recipiente? Ao inserir a lata (com milho) na água, qual o volume desse fluido deslocado no recipiente? Ao inserir o limão na água, qual o volume desse fluido deslocado no recipiente? Ao inserir a laranja na água, qual o volume desse fluido deslocado no recipiente?

Juntamente com o problema impresso, foi entregue uma lata com ervilha e milho, uma lata (apenas) com milho, um limão, uma laranja e quatro (4) garrafas pet iguais cortadas com certo volume de água (figura 1). Além desses materiais, alguns instrumentos de medidas foram fornecidos aos grupos para a resolução do problema, tais como: paquímetro, régua, béquer e seringa



de 20 ml. É importante destacar que esses instrumentos de medida não foram entregues de imediato; o professor aguardava a solicitação destes, pois a ideia era torná-los sujeitos ativos e pesquisadores.

**Figura 1** - Materiais utilizados na situação-problema.



Fonte: Autor (2018).

Como se esperava, por meio das mediações do professor, os acadêmicos associaram o volume de líquido deslocado no recipiente com o volume submerso dos corpos. A partir disso, os grupos começaram a solicitar a régua e o paquímetro para medir os objetos em questão. Também, após permissão do professor, os acadêmicos pesquisaram (usando a *wifi* da universidade) o modelo matemático para solucionar o problema proposto (volume de um sólido geométrico que mais se assemelhava com o objeto mergulhado).

Por fim, após os grupos realizarem as medidas e os cálculos da parte submersa dos objetos, considerando os modelos matemáticos encontrados na *internet*, usaram um béquer e uma seringa com intuito de validar seus resultados, conforme sugere Bassanezi (2004). Para tanto, a utilização desses instrumentos de validação foi possível após intermediação do professor.

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Inicialmente, o professor sugeriu a todos os grupos que marcassem com um pincel na garrafa pet o nível da água antes de mergulhar os objetos, com intuito de observarem o deslocamento da água. Os quatro grupos aderiram à sugestão.

Os grupos **A** e **B**, após discussões, relacionaram o volume de líquido deslocado no recipiente com o volume total das latas que continham milho e ervilha e somente milho, respectivamente, já que ambas afundaram totalmente. Identificaram, ainda, que essas latas se assemelhavam com um sólido geométrico, o cilindro. A partir disso, com seus celulares, pesquisaram na *internet* a fórmula matemática do volume de um cilindro reto. Segundo Borba (1999), essas tomadas de decisões podem ser vistas como o interesse de descrever matematicamente um fenômeno que é decidido pelos alunos, com a mediação do professor.

A fórmula  $V = h \cdot \pi \cdot r^2$ , que possibilita calcular o volume de um cilindro reto, foi o modelo matemático encontrado e utilizado pelos grupos **A** e **B**. As variáveis da fórmula recebem as seguintes denominações: **h** é a altura do cilindro;  $\pi$  é uma constante de aproximadamente 3,14; **r** é o

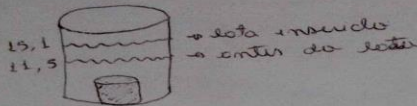
raio da base do cilindro. Em consonância com Bassanezi (2015), a coleta de dados é um passo importante na obtenção de um modelo matemático.

Com o modelo matemático encontrado, os acadêmicos começaram a realizar as medidas de raio e altura das latas com auxílio de uma régua. Após a coleta desses dados, os estudantes aplicaram no modelo já definido. A seguir, os resultados do grupo **A** e **B** são apresentados nas figuras 2 e 3, respectivamente.

**Figura 2** - Modelo matemático do grupo A.

② Problema: Ao inserir a lata (com ervilha e milho) na água, qual o volume desse fluido deslocado no recipiente?

Obs: A lata é um cilindro



1. Calcular o volume do cilindro

$$V = h \cdot \pi \cdot r^2$$

$h = 8,2 \text{ cm}$   
 $D = 7,4 \text{ cm}$   
 $r = 3,7 \text{ cm}$

$$V = h \cdot \pi \cdot r^2$$

$$V = 8,2 \cdot 3,14 \cdot (3,7)^2$$

$$V = 8,2 \cdot 3,14 \cdot 13,69$$

$$V = 352,49 \text{ cm}^3$$

Ao inserir a lata no recipiente foi observado um deslocamento de 350 ml de fluido, que se aproxima do volume do cilindro que é 352,49 cm<sup>3</sup>, lembrando que a lata (cilindro) possui descontinuidade e que não a torna um cilindro perfeito, alterando o resultado final.

Fonte: Autor (2018)

**Figura 3** - Modelo matemático do grupo B.

Problema: Ao inserir a lata (com milho) na água, qual o volume desse fluido deslocado no recipiente?

O grupo usou a fórmula de volume do cilindro.

$$V = h \cdot \pi \cdot r^2$$

Volume da lata

$$V = 8,3 \cdot 3,14 \cdot (3,75)^2$$

$$V = 366,5$$

Inicialmente o método de garrafa, que continha água, tinha 385 cm<sup>3</sup>. Após colocar a lata houve um deslocamento de volume de 18,5 cm<sup>3</sup>. Para chegar a essa conclusão foi usado um Becker para medir a água que foi deslocada na garrafa, para medir o volume, onde o resultado foi 378 cm<sup>3</sup>.

378 → Becker  
 366,5 → volume da lata  
 = 18,5 → volume deslocado  
 385 → volume da garrafa.

Fonte: Autor (2018).

De acordo com na figura 2, observa-se o cuidado do grupo **A** em encontrar o modelo, coletar os dados, efetuar os cálculos e a explicação para o resultado adquirido. Ademais, para validar o modelo matemático, o grupo utilizou um béquer para retirar água do recipiente até o nível demarcado, o qual acusou 350 ml de fluido deslocado, enquanto o resultado calculado foi de 352,49 cm<sup>3</sup>. Tal resultado mostrou uma diferença de 2,49 ml em relação à medida com o béquer, mostrando que toda medida apresenta erros e que na modelagem matemática a validação consiste em uma aproximação da realidade.

O modelo matemático e os resultados encontrados estão diretamente relacionados à Física quando se estuda a força de empuxo com o volume de líquido deslocado ao submergir objetos em um fluido. Nessa linha de raciocínio, Sousa e Santo (2010, p. 01) explicam que “o processo de modelagem matemática gera um ambiente que pode favorecer o aprendizado não apenas de Matemática, mas de outras disciplinas como a Física, a Química e, até mesmo, a Biologia”.

Conforme a figura 3, o grupo **B** encontrou o mesmo modelo, adotou o mesmo procedimento de coleta de dados e efetuou as mesmas operações, porém com resultados diferentes do problema em função das latas apresentarem medidas distintas do grupo **A**. Por meio do modelo matemático, o resultado encontrado foi de 366,5 cm<sup>3</sup> e, com a utilização do béquer, o grupo conseguiu constatar 348 cm<sup>3</sup>.

No caso do grupo **B**, podemos considerar que o processo foi mais importante do que os próprios resultados obtidos, pois Bassanezi (2004) defende a modelagem matemática como um processo, e não como um resultado a ser apresentado para o estudante de forma finalizada. Adicionalmente, a busca do grupo **B** pelo modelo matemático que expressasse o volume da lata (com milho) é o que Bassanezi (2015) denomina efetivamente de Modelagem Matemática.

É essencial destacar que houve dificuldades de alguns acadêmicos nos grupos **A** e **B** para realização das medidas das grandezas e execução dos cálculos, mas com a mediação do pesquisador, no decorrer do processo, essas dificuldades foram contornadas. Neste contexto, Almeida, Silva e Vertuan (2013) explicam que o docente-mediador/mentor implica em realizar indagações que permitam indicar caminhos e em sugerir formas de alcançar os objetivos.

No que tange ao processo de validação, tanto o grupo **A** quanto o **B** utilizaram o béquer para retirar o volume de água do recipiente até o nível demarcado, com intuito de avaliar se o volume retirado condizia com o volume das latas encontrado por meio do modelo matemático proposto. Esse passo é considerado importante na Modelagem Matemática, pois foi o momento em que os acadêmicos puderam interpretar as soluções encontradas. Neste contexto, Bassanezi (2011, p. 24) afirma que “Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos”. Adicionalmente, esse processo de modelagem para o ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, em que o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem-sucedido, mas caminhar seguindo etapas cujo conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado (BASSANEZI, 2011).

Ainda nesse processo de validação do modelo matemático, o grupo **A** observou uma diferença de 2,49 ml de água entre o volume encontrado com o modelo e o volume retirado com o béquer; já no grupo **B**, essa diferença foi de 18,5 ml. Os acadêmicos questionaram esses valores, porém o professor esclareceu que essas diferenças nos resultados mostram as imprecisões de medidas, talvez por algum erro das medidas dos raios e alturas das latas ou até mesmo pela retirada de água da garrafa pet, porém sem desconsiderar o modelo escolhido.

Almouloud (2007, p. 135) alega que “por consequência, o erro é considerado necessário para: desencadear o processo da aprendizagem do aluno; o professor situar as concepções do aluno e, eventualmente, compreender os obstáculos subjacentes; o professor adaptar a situação didática”. Nesse contexto, o professor pode se valer desses momentos para esclarecer que o erro não deve ser



considerado com algo simplesmente negativo, e sim para repensar sobre todo o processo de modelagem matemática. Errar faz parte do progresso da construção do conhecimento e da própria ciência.

No que se refere aos grupos **C** e **D**, ambos associaram o limão e a laranja com uma esfera; também, utilizaram a *internet* para encontrar a fórmula da esfera (modelo matemático). Além disso, o grupo **C** procurou encontrar o volume total do limão, pois perceberam que todo o limão ficou submerso. O grupo **D**, no entanto, apresentou uma particularidade: observou que somente uma parte da laranja ficou submersa e a dificuldade foi maior diante dessa situação.

A fórmula  $V = 4/3 \cdot \pi \cdot r^3$ , que permite calcular o volume de uma esfera, foi o modelo matemático encontrado e utilizado pelos grupos **C** e **D**. As variáveis físicas da fórmula apresentam os seguintes significados:  $\pi$  é uma constante de aproximadamente 3,14;  $r$  é o raio da esfera.

Com o modelo matemático encontrado, os acadêmicos realizaram as medidas de diâmetro do limão e da laranja com o paquímetro. Após a coleta desses dados, os estudantes aplicaram no modelo já definido. A seguir, os resultados do grupo **C** são apresentados na figura 4.

**Figura 4** - Modelo matemático do grupo **C**.

**Problema:** Ao inserir o limão na água, qual o volume desse fluido deslocado no recipiente?

$$V = \frac{4 \pi r^3}{3}$$

$$V = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 18,3^3}{3}$$

$$V = \frac{226,92}{3}$$

$$V \approx 75,64 \text{ cm}^3$$

\* VOLUME DESLOCADO DE FLUIDO  
 FOI DE APROXIMADAMENTE 80 ml

\* VALOR DO DIÂMETRO DO LIMÃO : 3,28 cm  
 VALOR DO RAIO DO LIMÃO : 2,64 cm

Fonte: Autor (2018).

Conforme a figura 4, volume do limão calculado foi de 75,64 cm<sup>3</sup> e isso equivalia ao volume de líquido deslocado no recipiente. Para validar esse resultado, o grupo usou também um béquer para retirar água da garrafa pet até o nível demarcado, que encontrou aproximadamente 80 ml. Então, essa diferença de 4,36 ml entre o volume calculado do limão e o volume retirado com o béquer não deixa de validar o modelo, pois se trata de uma representação de aproximação da realidade. Provavelmente, esses resultados não foram mais próximos em virtude das imprecisões das medidas do diâmetro do limão com a utilização do paquímetro e do volume encontrado com o uso do béquer. Com isso, os estudantes foram alertados que quanto mais precisas as medidas forem mensuradas, ao inserir no modelo, mais próximos os resultados ficarão da realidade. Esta etapa da validação do modelo é destacada por Bassanezi (2004, p. 30) como “o processo de aceitação ou não do modelo proposto. Nesta etapa, os modelos, juntamente com as hipóteses que lhes são atribuídas devem ser testados [...]”.

No que se refere ao grupo **D**, a investigação para encontrar o volume de líquido deslocado foi mais complexa em virtude de a laranja não ter ficado submersa totalmente, diferente das latas dos grupos **A** e **B**, e do limão do grupo **C** que afundaram totalmente; sendo que o volume de fluido deslocado seria o próprio volume total de tais objetos.

Através de intermédio do professor - com perguntas instigadoras - o grupo **D** observou que o volume de líquido deslocado correspondia apenas à parte submersa da laranja. Consequentemente, esse detalhe, nos momentos de coleta dos dados, foi um passo importante nas tomadas de decisões de escolha dos modelos matemáticos, como mostram as figuras 5 e 6.

**Figura 5** - Modelo matemático do grupo **D** – parte 1.

→ Para encontrarmos o volume deslocado, precisamos encontrar o volume da laranja.

→ Consideramos a laranja como fosse uma esfera ideal, e através do volume do volume da esfera, temos o volume total da laranja. ( $V_T$ )

→ Com auxílio do instrumento (Peguinmetro), encontramos o diâmetro da esfera  $D = 7,03 \text{ cm}$ , em posse desse valor, podemos encontrar o raio da esfera, através da equação

$$\boxed{R = \frac{D}{2}} \Rightarrow R = \frac{7,03}{2} \Rightarrow \boxed{R = 3,515 \text{ cm}}$$

→ Sabendo que  $\frac{4}{3}\pi$  é constante e tendo o valor do raio, substituímos na fórmula.

$$\boxed{V_T = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3} \Rightarrow V_T = \frac{4}{3} \pi \cdot (3,515)^3 \Rightarrow \boxed{V_T = 181,9133608 \text{ cm}^3}$$

→ Após termos posto a laranja no recipiente, verificamos duas situações, parte dela submersa e outra imersa. Logo procedentemente, dois volume.

$V_{\text{submerso}}$  e  $V_{\text{imerso}}$ .

→ Sabendo de seu volume total, podemos ter o ( $V_{\text{imerso}}$ ) e logo depois ( $V_{\text{submerso}}$ ), através da fórmula

$$V_{\text{submerso}} = V_{\text{total}} - V_{\text{imerso}}$$

→ Mas para encontrarmos o ( $V_{\text{imerso}}$ ), procedemos da seguinte maneira, retiramos a laranja do fluido, e com auxílio de um régua, medimos o ( $h_0$ ) que é a altura inicial do líquido.

Fonte: Autor (2018).

**Figura 6** - Modelo matemático do grupo **D** – parte 2.

→ Deslocamos a laranja para recipiente com líquido e obtemos a altura  $h_1$ , que é a altura do deslocamento do líquido da parte submersa da laranja.

→ Em seguida, submermos a laranja a uma pequena profundidade que provoca um pequeno deslocamento no fluido, que chamamos de  $h_2$ .

→ Com auxílio de uma seringa (20ml), retiramos o líquido do de  $h_2 \rightarrow h_1$  e obtemos o volume imerso da laranja de 16 ml e convertendo para  $\text{cm}^3 \rightarrow V_{\text{imerso}} = 16 \text{cm}^3$

→ Tendo o volume total da laranja, mais o volume imerso, podemos encontrar o volume submerso da seguinte maneira:

$$V_{\text{submerso}} = V_{\text{total}} - V_{\text{imerso}}$$

$$V_{\text{submerso}} = 181,933608 - 16 \Rightarrow V_{\text{submerso}} = 165,933608 \text{cm}^3$$

$$V_{\text{submerso}} \approx 165,9 \text{cm}^3$$

→ Fazendo um comparativo de porcentagens da parte submersa e imersa, temos:

$181,933608 \rightarrow 100\%$	}	$181,933608 \rightarrow 100\%$
$16 \rightarrow x$		$165,933608 \rightarrow x$
$x = 8,7953915748\%$	"	$x = 91,20460425\%$
$V_{\text{imerso}} \approx 8,8\%$	"	$V_{\text{submerso}} \approx 91,2\%$

→ Concluímos, que cerca de 91,2% da laranja ficou submersa e 8,8% imersa. É o volume deslocado do fluido e 91,2% da laranja, que estava submersa.

Fonte: Autor (2018).

Algumas observações importantes referentes aos procedimentos adotados pelo grupo **D** são necessárias pontuar. Primeiramente, o grupo usou erroneamente o termo “imerso”, tendo em vista que este termo é sinônimo de submerso, mas ficou evidente que o grupo se referiu à parte do volume fora da superfície da água. Em segundo, a apresentação dos resultados em porcentagem foi o principal diferencial do grupo em relação aos demais. A terceira observação, além do volume da esfera (laranja), o grupo **D** utilizou-se de outro modelo matemático para descobrir o resultado final, que é “ $V_{\text{submerso}} = V_{\text{total}} - V_{\text{imerso}}$ ”, encontrando  $165,9 \text{cm}^3$  de água deslocada (equivalente a 91,2 % de volume submerso da laranja). Por fim, a validação ocorreu um pouco invertida dentro do processo de modelagem matemática, pois o grupo utilizou uma seringa de 20 ml para retirar a água e encontrar o volume “imerso” de  $16 \text{cm}^3$ , contudo foi fundamental para encontrar o volume submerso da laranja.

A partir dessas observações, o grupo **D** se mostrou bastante motivado e engajado em observar e resolver a situação-problema e matematizar para encontrar o volume de água deslocado, procurando manter fidedignidade com a situação idealizada. Em consonância com Hurssel (2012), implica-se em atribuir à situação uma roupagem matemática, que permite o emprego de regras e procedimentos matemáticos para sua resolução.

Considerando os dois modelos apresentados pelo grupo **D**, isso mostra que a Física está alicerçada em modelos matemáticos, uma vez que isso permeia quando se aborda a força de empuxo e densidade. Para Pinheiro (2001), o conhecimento científico - e mais precisamente da

ciência física - é compreendido por teorias, que são baseadas em modelos. De acordo com processo de modelagem matemática desenvolvido pelos grupos, podemos elucidar que houve três pontos em comum: todos partiram de uma situação da realidade; ocorreu a problematização; e a investigação para construção e validação do modelo, conforme Silva (2007).

Por fim, vale evidenciar que tanto o limão quanto a laranja foram considerados como uma esfera perfeita para encontrar o volume de água deslocado por esses corpos. Em virtude desse parâmetro, ocorrem imprecisões nas medidas dos raios, por exemplo. Não obstante, os dados encontrados não deixam de ser fidedignos por se tratar de aproximações da realidade vivenciadas pelos estudantes.

Conclui-se, sobretudo, que esse estudo obedeceu às etapas necessárias para que possibilitasse as deduções baseadas em dados confiáveis e fidedignos. Estas, por sua vez, foram sistematizadas com o auxílio técnico adequado com o método do estudo, e isso permitiu relatar e discutir os resultados da experiência de trabalhar modelagem matemática como uma estratégia no ensino de Física.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho elucidou os resultados da execução de uma prática pedagógica com os acadêmicos da Universidade do Estado do Amapá, utilizando a Modelagem Matemática como estratégia para o Ensino de Física. Durante o desenvolvimento, os acadêmicos, mediados pelo professor, aceitaram o convite para investigar e refletir sobre as situações-problemas, mesmo ainda não terem se envolvidos em uma proposta de modelagem matemática.

Com o desenvolvimento dessa prática pedagógica, ficou evidente que a modelagem matemática é uma proposta promissora para o ensino da Física. Durante a realização das atividades, a maioria dos estudantes participou na resolução dos problemas de forma colaborativa, com disposição, animação e criatividade (como se observou no grupo D). Desta forma, o aluno consegue sair de uma situação de passividade e passa a interagir mais nas aulas.

Considerando todas as observações, os debates, as discussões entre os quatro grupos com o intermédio do professor, acredita-se que esta prática docente por meio da Modelagem Matemática pôde proporcionar uma aula mais dinâmica, contextualizada e participativa, conforme defendem Rehfeldt, Puhl e Neide (2017).

No entanto, o professor teve dificuldades durante o desenvolvimento das atividades, considerando que era a primeira vez que executava esse tipo de abordagem. Pode-se citar os momentos em que o professor tinha que mediar com questionamentos/sugestões de tal modo que os grupos pudessem tomar decisões para interpretar e validar os modelos matemáticos. Neste caso, nos quatro grupos, nenhum dos resultados dos modelos encontrados foram exatamente os resultados da validação. Assim sendo, o professor sempre intervia esclarecendo que se tratava de um modelo matemático de aproximação da realidade, o que mostrava a importância da coleta dos dados, da interpretação, da escolha do modelo, dos cálculos realizados e a forma de validar. Ainda, houve a necessidade de mostrar que toda medida apresenta erros, mesmo se as medições fossem mais precisas, que a construção do conhecimento perpassa por essa situação e deve-se tomar como aprendizado para atividades posteriores.

O papel do professor de intermediar uma atividade pedagógica diferenciada não foi tarefa fácil para toda turma. Talvez essa tenha sido a maior dificuldade. Os acadêmicos a todo o momento



consultavam o professor antes de prosseguir na atividade; com isso, nem sempre o docente dava suporte no momento dos surgimentos das dúvidas dos grupos.

Em uma possível reaplicação desse tipo de atividade, se sugere que o professor tenha um tempo maior para que os estudantes pudessem interpretar melhor as implicações dos resultados do modelo, a fim de aumentar a confiabilidade nas soluções.

Ademais, é importante destacar que nossos estudantes devem se tornar sujeitos cada vez mais ativos dos processos de ensino e aprendizagem; por isso, cabe ao docente intermediar esses processos na construção do modelo matemático, fazendo com que o discente se sinta investigador e competente no desenvolvimento do conhecimento científico (BARBOSA, 2001). Portanto, a Modelagem Matemática pode permitir uma melhor compreensão do mundo, bem como do desenvolvimento científico propriamente dito.

## REFERÊNCIAS

Almeida, L. W. de; Silva, K. P. da; Vertuan, R. E. (2013). *Modelagem Matemática na educação básica*. São Paulo: Contexto.

Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: Editora UFPR.

Barbosa, J. C. (2001). *Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico*. Reunião Anual da ANPED – RJ, Caxambu: 2001. Anais... Caxambu: ANPED, p. 1 – 30.

Bassanezi, R. C.; Biembengut, M. S. (1997). *Modelação Matemática: uma velha forma de pesquisa - um novo método de ensino*. Revista Números.

Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto.

\_\_\_\_\_. (2004). *Ensino – aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto.

\_\_\_\_\_. (2006). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo. Contexto.

\_\_\_\_\_. (2011). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto.

\_\_\_\_\_. (2013). *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: Uma Nova Estratégia*. São Paulo: Contexto.

\_\_\_\_\_. (2015). *Modelagem Matemática: teoria e prática*. São Paulo: Contexto.

Batista, M. C.; Fusinato, P. A. (2015). A utilização da modelagem matemática como encaminhamento metodológico no ensino de Física. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*. V. 6, n. 2, p. 86-96.

Borba, M. C. (1999). *Calculadoras Gráficas no Brasil*. In: E. K. Fainguelernt, F. C. Gottlieb (Org.) *Calculadoras Gráficas e Educação Matemática*. Rio de Janeiro: Art Bureau.

Brandão, R. V.; Araujo, I. A.; Veit, E. A. (2008). Modelagem científica de fenômenos físicos e o ensino de Física. *Física na Escola*. Vol. 9, n. 1, p. 10-14.



Biembengut, M. S. (1997). *Qualidade de Ensino de Matemática na Engenharia: uma proposta metodológica e curricular*. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis.

Biembengut, M. S.; Hein, N. (2003). *Modelagem Matemática no Ensino*. São Paulo: Contexto.

\_\_\_\_\_. (2007). *Modelagem matemática no ensino*. São Paulo: Contexto.

Daroit, L.; Haetinger, C.; Dullius, M. M. (2009). *O ensino de fenômenos físicos através da modelagem matemática*. X Encontro Gaúcho de Educação Matemática - RS, Ijuí: 2009. Anais... Ijuí: EGEM, p. 1 – 8.

Husserl, E. (2012). *A Crise das Ciências Europeias e a Fenomenologia Transcendental: uma introdução à filosofia fenomenologia*. Rio de Janeiro: Forense Universitária.

Moreira, M. A. (2014). Modelos científicos, modelos mentais, modelagem computacional e modelagem matemática: aspectos epistemológicos e implicações para o ensino. *Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologia*. V. 7, n. 2, p. 1 - 20.

Pinheiro, T. F. (2001). *Modelização de variáveis: uma maneira de caracterizar o papel estruturador da Matemática no conhecimento científico*. In: Pietrocola, M. (org.). *Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora*. Florianópolis: UFSC.

Rehfeldt, M. J. H.; Puhl, N. M.; Neide, I. G. (2017). Modelagem matemática: descobrindo o volume de uma forma de bolo. *Revista Kiri-kerê-Pesquisa em ensino*.

Silva, D. K. (2007). *Ações de Modelagem para a formação inicial de professores de Matemática*. In: Barbosa, J. C.; Caldeira, A. D.; Araújo, J. L. (Org.). *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: Pesquisas e Práticas Educacionais*. Recife: Sbem.

Souza, E. S. R.; Santo, A. O. E. (2010). *Modelagem matemática no ensino de física - recursos didático-pedagógicos*. VII Encontro Paraense de Educação Matemática - PA, Belém: 2010. Anais... Belém: EPAEM, p. 1 – 12.

Viecili, C. R. C. (2006). *Modelagem Matemática: uma proposta para o ensino da matemática*. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.

Young, H. D.; Freedman, R. A. (2008). *Física II: Termodinâmica e Ondas*. São Paulo: Addison Wesley.