

## CONTRIBUIÇÕES DE UM CURSO DE MECÂNICA QUÂNTICA PARA A GRADUAÇÃO EM FÍSICA: RESULTADOS DE UM PRÉ E PÓS-TESTE

*Contributions of a Quantum Mechanics course to undergraduate degrees in Physics: results of a pre and post-test*

**Rafaelle da Silva Souza** [rafaellesouza2@yahoo.com.br]

*Instituto Federal da Bahia, Seabra - BA, Brasil*

**Valdir Barbosa Bezerra** [valdir@fisica.ufpb.br]

*Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa - PB, Brasil*

*Recebido em: 15/05/2021*

*Aceito em: 22/11/2021*

### Resumo

Este artigo tem o objetivo de apresentar os resultados de pré-testes e pós-testes como parte de uma pesquisa que investigou a aprendizagem sobre os conteúdos da Mecânica Quântica (MQ), a partir da aplicação de um curso. Participaram da pesquisa quinze discentes do sétimo período da graduação em física matriculados na disciplina Estrutura da Matéria I da Universidade Federal da Paraíba. Os instrumentos utilizados na avaliação da aprendizagem dos discentes foram avaliações escritas. Os dados obtidos foram interpretados através de análise com suporte na Taxonomia de Bloom Revisada. Foram analisadas algumas concepções dos discentes com relação aos conceitos fundamentais da MQ. Os resultados do pré-teste revelaram que os discentes mesmo já tendo estudado a teoria quântica não obtiveram uma aprendizagem efetiva. Quanto aos resultados obtidos no pós-teste há indicativo de dificuldades em relação ao formalismo matemático. Constatou-se que a aplicação do curso favoreceu avanços significativos na aprendizagem de conteúdos de MQ. Por fim, este artigo pode fornecer subsídios sobre como os aprendizes constroem uma aprendizagem sobre os conceitos fundamentais da MQ.

**Palavras-chave:** Mecânica Quântica; Graduação em Física; Pré-teste; Pós-teste.

### Abstract

This article aims to present the results of pre and post-tests, as part of a research that investigated learning about the contents of Quantum Mechanics (QM) from the application of a course. Participated in the research fifteen students of the seventh period of graduation in physics enrolled in the discipline Structure of Matter I of Federal University of Paraíba. The instruments used in the evaluation of students learning were written evaluations. The data obtained were interpreted through analysis with support in the Revised Bloom Taxonomy. Some conceptions of the students regarding the fundamental concepts of QM were analysed. The results of the pre-test revealed that the students even having studied the quantum theory did not obtain an effective learning. As for the results obtained in the post-test there is indicative of difficulties in relation to the mathematical formalism. It was found that the application of the course improved significantly advances in the learning of QM contents. Finally, this article can provide input on how apprentices build a learning about the core concepts of QM.

**Keywords:** Quantum Mechanics; Undergraduate in Physics; Pre-test; Post-test.

## Introdução

Os avanços científicos e tecnológicos vivenciados na atualidade direcionam a prática docente para uma percepção cada vez mais dinâmica e complexa dos conhecimentos incorporados dentro do contexto de ensino. A escola está sendo desafiada a contribuir na formação de sujeitos dentro de um processo de educação tecnológica. O saber científico, a fortiori, é construído por um sujeito inserido no contexto social e histórico, concebido através de uma educação voltada para a argumentação com fundamentos éticos e morais, valorizando, assim, a subjetividade do indivíduo que transcende o mero nível individual ao contemplar necessariamente as dimensões social e interativa.

O ensino de física, neste contexto, deve auxiliar no desenvolvimento da atividade intelectual, apropriando-se de conhecimentos fundamentais para uma inserção comprometida e ativa na sociedade. Aos professores cabe a responsabilidade de relacionar metodologias e conteúdos adequados para as novas demandas do século XXI, seja para manutenção ou transformação do contexto escolar (BRASIL, 2019).

Frente às demandas do século XXI, nosso objeto de estudo está centrado no ensino de Mecânica Quântica (MQ) na formação inicial de professores de física. O ensino da MQ tem sido investigado sob diferentes óticas: por sua defasagem em termos de aprendizagem; limitação na compreensão conceitual; por ser considerada área de estudos complexa tanto em seu aspecto formal, quanto conceitual; por não ter presença efetiva no Ensino Médio; entre outros (SOUZA et al., 2021).

Alguns dos problemas ocorrem especialmente devido a abordagens da MQ centradas em sua formulação matemática, com raros momentos onde o seu formalismo se relaciona com os aspectos conceituais da teoria. A supervalorização de procedimentos matemáticos, inevitavelmente acaba promovendo um distanciamento do estudo da MQ em relação aos seus conceitos e sua conexão com resultados experimentais e interpretações (JOHANSSON et al., 2016). Dessa forma, é natural que a MQ seja considerada complicada e sem conexão com o mundo real.

Torna-se indispensável uma nova apresentação da MQ nos cursos de graduação em física e no ensino médio, pelo seu impacto científico, tecnológico e filosófico na cultura dos séculos XX e XXI. Acredita-se que aos professores de física deva-se garantir um contato contextualizado com a teoria que explore as componentes históricas, filosóficas, sociais e culturais e, aos estudantes do ensino médio, enquanto cidadãos contemporâneos, deva-se promover uma compreensão qualitativa mínima da teoria.

Considerando tais desafios, foi implementada a proposta didática apresentada por Souza (2020). Essa proposta didática visa promover a qualidade do ensino e a compreensão histórico-conceitual da MQ na formação de professores de física. A referida proposta é estruturada a partir do processo de transposição didática de Chevallard (1991), do conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) de Vigotski (2003), com referenciais teóricos que envolvem o uso didático da História e Filosofia da Ciência (HFC) (JONES, 1991; FISCHLER; LICHTFLEDT, 1992; OSTERMANN; RICCI, 2003; MONTEIRO et al., 2009) e com uso da Taxonomia de Bloom Revisada (TBR) proposta por Anderson e Krathwohl (2001).

Participaram da pesquisa quinze discentes do sétimo período da graduação em física matriculados na disciplina Estrutura da Matéria I da Universidade Federal da Paraíba. Neste artigo são apresentados os resultados de pré e pós-testes propostos como atividades em Souza (2020). Entre os resultados obtidos, constatou-se que a aplicação do curso favoreceu avanços significativos na aprendizagem de conteúdos de MQ.

## Os conteúdos de Mecânica Quântica para a graduação de física

Hoje, diante de tantos avanços tecnológicos e do rápido acesso às informações, é notória a necessidade de o professor tornar a sua aula motivadora. Estudar os conteúdos específicos da física em uma determinada disciplina relacionando-os com os aspectos mais diversos da ciência é muito mais significativo e produtivo para o estudante do que apenas estudar esse conteúdo para a realização de uma prova.

Nessa situação, o ensino de MQ deve envolver as aplicações científicas e tecnológicas diversificadas, as quais incluem as expectativas de usos desta teoria no campo do processamento da informação, bem como o processo de desenvolvimento para sua construção quanto aos seus fundamentos e à sua interpretação relacionando a estrutura matemática com o mundo físico. É relevante apresentar tanto uma visão panorâmica dos êxitos da física quântica quanto as incertezas sobre seus fundamentos.

Em termos de conteúdos para a graduação de física, deve-se, portanto, abordar as ideias iniciais da teoria derivadas de resultados experimentais obtidos na transição entre os séculos XIX e XX. Isto é, os resultados que a física clássica, nos moldes em que ela foi configurada nos séculos XVIII e XIX, não podia explicar. São conceitos fundamentais da teoria quântica que formam a base dos avanços subsequentes: a formulação da equação de Schrödinger; o trabalho dos vários físicos como Heisenberg, Born, Dirac, Von Neumann que surgiram durante o primeiro quarto do século XX; a atribuição às partículas de propriedades ondulatórias feita por de Broglie. Assim, o intuito será mostrar os formalismos que estruturam a MQ como um arcabouço teórico que substitui e amplia o âmbito de validade das leis de movimento que, a partir de então, são consideradas inadequadas para descrever o comportamento das entidades microscópicas.

Para além desses, tem-se uma gama de fenômenos cada vez mais amplos, com interpretações conceituais, questões epistemológicas e filosóficas correlatas (LALOE, 2001). Na década de 60, com o trabalho de John Bell, recolocam-se as questões relacionadas aos princípios fundamentais da MQ num novo patamar, envolvendo também a experimentação (FREIRE JR., 2009). Este período, caracteriza-se pela retomada das discussões interpretativas e conjecturais da MQ (BOHM, 1989) com a interpretação de Copenhague, fruto de um longo processo dialógico dentro da comunidade científica e filosófica (BELLER, 2001). Aliada a alguns resultados experimentais, abre-se caminho para a constatação de uma teoria não-realista.

Ao optar pela Interpretação de Copenhague, o professor deve, de alguma forma, valorizar os conceitos básicos que podem ser mantidos no ensino da MQ e, com o processo de ensino, diferenciá-la da física clássica. Mas, vale ressaltar que, conforme Paulo e Moreira (2011, p. 432), “a opção pela Interpretação de Copenhague, contudo, pode não se constituir no único caminho frutífero para o ensino da MQ. Não se pode negar que outros caminhos sejam possíveis”. Desse modo, outras interpretações poderão ser apresentadas reconhecendo os conceitos básicos de uma interpretação antes de se confrontarem com outras (GRECA, 2000).

Em termos didáticos, um dos principais desafios relacionados aos cursos introdutórios de MQ é, portanto, encontrar uma abordagem que equilibre a introdução dos conceitos fundamentais e as questões interpretativas de seu formalismo matemático (GRECA e FREIRE JR, 2014). Considera-se necessário tomar algumas decisões pedagógicas. No contexto formativo das graduações em física, deve-se ter em mente que uma abordagem primordialmente contextual-conceitual permitirá um primeiro contato com a teoria, cujo objetivo é ter uma compreensão mínima da MQ.

Os conceitos fundamentais da teoria podem ser delineados pela compreensão da dualidade onda-partícula, devendo incluir tópicos como as desigualdades de Bell e o conceito de emaranhamento quântico (PESSOA Jr., 2003). Desse modo, propõe-se uma estrutura acentuando

reflexões qualitativas e interpretativas na tentativa de promover uma abordagem contextualizada e atual da MQ, acompanhando os avanços científicos e tecnológicos.

Portanto, a proposta é que seja oportunizado um breve estudo da física do século XX, começando por assuntos semiclássicos seguindo com maior ênfase para os assuntos estritamente quânticos. É sugerida a ênfase em discussões nas quais o formalismo quântico se relaciona com os aspectos conceituais da teoria, sem que haja a supervalorização de formalismo matemático. Segundo Johansson et al. (2016), é relevante para o ensino de MQ discussões com destaque para o amplo reconhecimento de quão fundamentais foram os estudos do último século para a física, bem como o papel que tem desempenhado no cenário atual com relação aos resultados experimentais (HADZIDAKI, 2008 a, b; McDERMOTT e REDISH, 1999; WUTTIPROM et al. 2009; GRECA; FREIRE Jr., 2014). Espera-se promover maior significado para as aulas ajudando os estudantes a reorganizar e aprimorar seu conhecimento inicial (MONTEIRO et al., 2009; DIDIŞ et al., 2010; AKARSU, 2011; CUESTA, 2018).

Ainda, em termos de metodologias de ensino, a adoção do formalismo matemático de Dirac é opção considerada adequada e facilitadora para o entendimento da MQ (OLIVEIRA et al. 2007). Este formalismo simplifica a matemática envolvida na descrição dos fenômenos quânticos, e, portanto, a parte conceitual poderá ser mais bem discutida e entendida pelos estudantes (GRECA et al., 2001).

## Metodologia

Esta pesquisa foi realizada com quinze discentes do sétimo período da graduação em física (licenciatura e bacharelado) matriculados na disciplina Estrutura da Matéria I da Universidade Federal da Paraíba, Brasil. Os dados desta pesquisa foram coletados durante a aplicação da proposta didática apresentada em Souza (2020) a partir de pré e pós-testes por meio de atividades escritas realizadas pelos discentes. No Quadro 1, apresentam-se as linhas mestras da proposta didática.

**Quadro 1** – Linhas mestras da proposta didática.

<b>Tema geral</b>	<b>MOMENTO 1</b>	
Fundamentos da Mecânica Quântica (MQ) destacando o argumento de Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) como um problema emergente da teoria.	<b>ENCONTRO 1: Fundamentos da MQ</b> - Apresentação da proposta didática. - Diferenças entre a Mecânica Clássica e a MQ	<b>Pré-teste</b>
<b>Objetivos gerais de aprendizagem</b> - Compreender a dinamicidade do processo de construção do conhecimento científico; - Entender o paradoxo EPR dialogando com as discussões teóricas e experimentais; - Entender os fundamentos conceituais da MQ.	<b>ENCONTRO 2: Formalismo de Dirac</b> - Os principais conceitos relativos à teoria quântica  <b>ENCONTRO 3: Postulados da Mecânica Quântica</b> - Fundamentos da MQ	
<b>Conteúdo Programático</b> - Diferenças entre a Mecânica Clássica e a MQ - Formalismo de Dirac - Postulados da MQ - Argumento de EPR e Emaranhamento Quântico - Desigualdades de Bell e a Teorias de variáveis ocultas - Problema da medição e não-localidade - Interpretações da MQ - Aplicações tecnológicas da MQ	<b>ENCONTRO 4: Medida Quântica</b> - O processo da medição na experiência de Stern-Gerlach  <b>ENCONTRO 5: A intrigante Fronteira Quântica</b> - “Tudo se resume a cinco princípios” (Aula Resumo)	<b>Pós-teste</b>
	<b>MOMENTO 2</b>	

<b>Estratégias didáticas</b>	<b>ENCONTRO 6: Os <i>gedankenexperiment</i> da MQ</b> - Argumento de EPR e o Paradoxo do Gato	
- História e Filosofia da Ciência - Formalismo de Dirac - Slides, vídeos, analogias, material de apoio utilizando trechos dos textos originais, literatura complementar	<b>ENCONTRO 7: Não-localidade e as desigualdades de Bell</b> - Critérios matemáticos dos paradoxos para plausibilidade da MQ	
<b>Discussão sobre transposição didática para Licenciatura</b>	<b>ENCONTRO 8: Os experimentos de Aspect</b> - Tratamento da não-localidade e Desigualdade de Bell	
Inclusão de “desafios” durante a implementação da proposta e socialização de um plano de aula na modalidade de oficina, de modo a contemplar o conhecimento didático pedagógico	<b>ENCONTRO 9: As diversas interpretações da MQ</b> - Uma ênfase para além da interpretação de Copenhagen	
<b>Duração</b>	<b>ENCONTRO 10: MQ para todos</b> - A influência da MQ na sociedade	
10 encontros com aulas de 1h30 + 2h de oficina	<b>OFICINA: Tópicos de MQ para o ensino médio</b> - Discutindo Transposição didática na licenciatura	<i>Apenas para licenciatura</i>

Dentro de um contexto lógico, a fim de apresentar uma significância ao estudante, a proposta se inicia com uma parte introdutória problematizadora, discussão conceitual-fenomenológica, seguido do desenvolvimento de um contexto histórico-conceitual, desmembrado em diversas aplicações da MQ, finalizando com uma pequena abordagem sobre as interpretações da MQ. Os encontros são planejados de modo que, uma vez estabelecidas as diferenças entre a MQ e a mecânica clássica se enfatize a “nova MQ” incluindo aspectos concernentes a transposição didática que culminará na produção de um plano de aula a ser discutido na oficina.

Neste artigo, haverá ênfase no Momento 1 – descritos em maiores detalhes a seguir. Com o objetivo de identificar os conhecimentos e as dificuldades dos discentes participantes da pesquisa, a avaliação diagnóstica foi realizada pelo que se denominou pré-teste (AT0 na proposta original; Souza, 2020) com uma questão que envolvia aspectos básicos de MQ, como dualidade onda-partícula, princípio da incerteza, entre outros; e um pós-teste (AT5 na proposta original; Souza, 2020) ao chegar na metade da proposta didática. O intuito foi o de verificar através da análise dos pré e pós-testes, as contribuições da proposta didática para o avanço conceitual. A partir dos resultados, serão discutidas as contribuições para a graduação em física de ordem conceitual enfatizando os fundamentos da MQ.

**Encontro 1.** A proposta do curso foi socializada com a turma. Em seguida, os fundamentos da MQ são discutidos a partir do levantamento de conhecimentos prévios sobre o tema. Deste modo, aplicou-se uma atividade de única questão – pré-teste – com o intuito de fomentar uma problematização que motivasse os discentes a refletir sobre o tema proposto. Os escritos foram analisados com objetivo de avaliar o grau de conhecimento prévio sobre alguns tópicos de MQ. A aula segue uma estrutura expositiva dialogada de modo a promover a participação do discente.

**Encontro 2.** Com um caráter expositivo, uma introdução ao formalismo de Dirac é realizada explorando as principais relações com a teoria quântica. Utiliza-se da conceituação de vetores para facilitar na percepção da linguagem. Foi discutido a importância do formalismo, de modo a ter contato com a linguagem que representa quantitativamente fenômenos quânticos, mas destacando a necessidade de não restrição a esse aspecto. Atividades de verificação de aprendizagem foi executada.

**Encontro 3.** Para discutir os postulados da MQ, inicialmente foi exposta uma história extraída e traduzida do livro *Quantum Mechanics and experience* de David Albert (1994). Em seguida, foi discutido a descrição de um sistema físico e o processo de medida. Buscou-se enfatizar os postulados quânticos de modo a levar os discentes a compreensão que é o meio de caracterizar um sistema do qual se pode calcular várias propriedades.



**Encontro 4.** Discutido os postulados, realizou-se um comparativo dos processos clássicos e quânticos, partindo da descrição do estado físico até a evolução temporal do estado. Em seguida, para ampliar a discussão sobre a medida quântica, foi explorado o processo da medição na experiência de Stern-Gerlach, dando margem a superposição de estados e a interpretação de Copenhague. Outras interpretações são exploradas por meio de atividade que incentiva os discentes a rever a experiência de Stern-Gerlach sobre outras perspectivas.

**Encontro 5.** Essas aulas são voltadas para estabelecer uma síntese das discussões estabelecidas no Momento 1. Espera-se, por meio do pós-teste, verificar o entendimento dos discentes sobre os conceitos quânticos. Para tal, são realizados esclarecimentos com breve explanação sobre os postulados da MQ, em seguida o pós-teste é aplicado. Trata-se de uma atividade respaldada nos trabalhos de Ostermann, Ricci (2004), Montenegro, Pessoa Jr. (2002) e Didis (2010), que envolve os conceitos estudados. Procurou-se formalizar os principais conceitos da MQ: dualidade onda-partícula, princípio da incerteza, propriedades dos objetos quânticos, postulados e, ainda, as propriedades do formalismo de Dirac.

A análise dos dados foi de cunho interpretativo através da adoção da técnica de Taxonomia de Bloom Revisada (TBR) (ANDERSON e KRATHWOHL, 2001). Os aspectos de desenvolvimento cognitivo, competência e habilidade foram relacionados de forma a atribuírem característica bidimensional sendo combinados ao tipo de conhecimento a ser adquirido (Dimensão do conhecimento) e o processo utilizado para a aquisição desse conhecimento (Dimensão do processo cognitivo), conforme descrição sucinta apresentada no Quadro 2.

**Quadro 2** – Níveis trabalhados dentro da análise bidimensional da Taxonomia de Bloom Revisada.

Dimensão do conhecimento	Dimensão do processo cognitivo					
	Lembrar	Entender	Aplicar	Analisar	Avaliar	Criar
Efetivo/Factual	<b>Pré-teste</b>					
Conceitual			<b>Pós-teste</b>			
Procedimental/ Procedural						
Metacognitivo						
		<b>Conhecimento a ser adquirido</b>		<b>Objetivo educacional</b>		
<b>Especificação da atividade</b>	<b>Pré-teste</b>	Concepções prévias		Apontar o conhecimento que o estudante tem sobre a MQ		
	<b>Pós-teste</b>	Conceitos fundamentais da MQ		Explorar a compreensão conceitual básica dos conteúdos estudados		

Segundo Anderson e Krathwohl (2001), a TBR oferece meios de detectar se a instrução, bem como as atividades realizadas, teve efeito sobre a dimensão cognitiva ao final de um curso, observando os níveis cognitivos dos mais simples aos mais complexos, além de possibilitar que sejam avaliados os ganhos na aprendizagem. As questões são descritas a seguir juntamente com a discussão de cada uma delas.

## Resultados e discussões

A implementação da proposta é iniciada com sua devida apresentação. Em seguida é realizado o levantamento dos conhecimentos prévios dos estudantes por meio do pré-teste. Desta forma, o encontro 1 tem por finalidade situar a importância da MQ e iniciar uma contextualização da teoria. A breve inserção do contexto social é feita para entendimento de outros fatores que foram relevantes para o desenvolvimento da ciência naquela época.

Em relação ao pré-teste a dimensão analisada envolve o *Conhecimento Efetivo/Factual*, descrito como os conceitos introdutórios que os estudantes deviam trazer consigo a partir do curso de determinada disciplina. Esse nível de conhecimento explorou o nível do processo cognitivo *Lembrar*. Em tal atividade, um único item com 7 afirmativas gerais sobre a MQ é designado (Quadro 3).

### Quadro 3 – Pré-teste aplicado para verificar concepções prévias.

**Considere as seguintes afirmações:**

1. A Mecânica Quântica estuda a física de objetos muito pequenos.
2. As partículas são ondas, e vice-versa.
3. Tudo que podemos saber são probabilidades.
4. A medição determina a realidade.
5. As correlações quânticas não são locais.
6. A física quântica é real.
7. É possível encontrar a física quântica no dia-a-dia.

Escreva um texto apontando o conhecimento que você tem sobre a MQ de modo que perpassasse as afirmações de 1 a 7.

A análise dos resultados dessa atividade permitiu averiguar se as vivências pessoais ou acadêmicas dos estudantes garantiram informações a respeito da teoria quântica e suas aplicações. Para sondar o domínio de conteúdo básico que o estudante possui sobre a MQ, trazemos dois exemplos de respostas obtidas:

*“A mecânica quântica estuda a física de objetos muito pequenos, da ordem de tamanho das partículas que compõem o átomo (nêutrons, prótons, elétrons...) e estas partículas possuem o comportamento de onda, uma vez que tudo na natureza possui uma frequência de vibração, podemos ver isto na teoria das cordas, que consiste a grosso modo nesta ideia, por outro lado, o contrário não ocorre porque ondas tratam-se de propagação de partículas, isso não significa dizer que ondas são partículas. Tudo que podemos saber são probabilidades, com isto podemos nos remeter ao princípio da incerteza de Heisenberg. Pela dualidade do elétron a medição nem sempre determina a realidade, visto que, o elétron hora se comporta como onda, hora se comporta como partícula”. Discente X*

*“Tudo começou quando foi observado que as partículas se comportam como onda. Disso, o primeiro objetivo encontrado, nessa nova situação foi descobrir qual seria a forma correta de descrever a equação de onda da matéria, visto que a equação já usada para comportamentos ondulatórios não valeria para uma partícula (ou conjunto de partículas), pois era preciso uma relação com a massa. Com a junção dos pensamentos e descobertas de Planck, Einstein, De Broglie, Heisenberg e Schrödinger foi encontrada a representação matemática para partículas que se comportam como ondas. Vale ressaltar que as contas também se comportam como partículas. Com base na equação de Schrödinger é possível analisar e entender alguns fenômenos do mundo quântico, onde os mesmos só ocorrem no*

*mundo de corpos muito pequenos, podendo realizar situações que um corpo consideravelmente grande não poderia. Um dos efeitos que podemos ver com frequência no dia a dia é o efeito de tunelamento, utilizado tanto em construção e estudos de alguns materiais com também em coisas simples. Todos esses efeitos são estudados com base na probabilidade, visto que pelo tamanho das partículas e seus comportamentos tão diferenciados, é algo tão complexo de se determinar, mas não impossível". Discente Y*

A questão aberta e de caráter bastante amplo abre espaço para o estudante apontar se tinha alguma compreensão a respeito de MQ. As respostas de todos que responderam a atividade para este nível de conhecimento indicam que o *Conhecimento Efetivo/Factual* percebido foi satisfatório, mas sem profundidade conceitual. Os estudantes não tinham uma lembrança exata do conceito físico teórico, embora comentassem sobre uma situação no qual este conceito se faz presente na teoria.

Esse resultado pode ser atribuído ao perfil da turma. Os estudantes participantes haviam cursado a disciplina de física geral IV que tem em sua ementa a previsão de introduzir os conceitos básicos da MQ, com a discussão do que é o fóton do campo eletromagnético, a natureza ondulatória das partículas e a equação de Schrödinger. No entanto, como esperado a disciplina tinha uma ênfase no formalismo matemático para discutir o espectro de níveis de energia, a função de onda, bem como o estudo do comportamento de uma partícula em uma caixa, poço ou barreira de potencial, tunelamento e oscilador harmônico quântico.

Os achados da pesquisa demonstram que a apresentação de assuntos relativos à MQ foi feita de modo tal que os estudantes não reconheceram os conteúdos abordados ou não se apropriaram adequadamente. Reforça-se que o ensino de MQ reduzido a formalismos cria obstáculos para o interesse e aprendizado da mesma. Portanto, os resultados obtidos para o nível cognitivo *Lembrar*, na sua totalidade, apresentaram insuficiência de domínio do conteúdo básico necessário para o bom desempenho dos estudantes ao longo da proposta didática. Moreira (2011) aponta que, na impossibilidade de levantar os conhecimentos prévios explicitamente, deve-se abordar o conteúdo a partir de aspectos gerais e fenomenológicos, até chegar a aspectos mais específicos do conteúdo. Então, antecipando-se a esse resultado e de modo a sanar as lacunas no estudo da velha MQ (conceitos fundamentais da teoria quântica), na estruturação da proposta didática foram incluídos tais conceitos estruturantes a fim de estimular maior aprendizagem por parte dos estudantes.

Em continuidade, no encontro 2 foi introduzida a notação de Dirac fazendo uma revisão do estudo de vetores. No encontro 3, apresentaram-se os conceitos fundamentais da MQ a partir da leitura de uma ‘história inquietante’ que consta no livro *Quantum Mechanics and experience* de David Albert (1994), introduziu-se os postulados da MQ e discutiu-se brevemente a criptografia quântica. No encontro 4, houve a discussão sobre o problema da medida por meio da experiência de Stern-Gerlach. Ao chegar no encontro 5, metade da proposta didática, retomaram-se os conceitos discutidos de modo a sintetizar as ideias expostas e aplicou-se o pós-teste (Quadro 4).

Para o pós-teste a intenção é verificar as contribuições da proposta para avanço na compreensão conceitual. A dimensão da TBR oportunizada foi *Conhecimento Conceitual* que relaciona a inter-relação dos elementos básicos num contexto mais elaborado através da síntese do conhecimento factual direcionado ao entendimento das teorias e princípios associados à MQ. Esse nível de conhecimento foi percebido perpassando os níveis do processo cognitivo *Lembrar* ao *Aplicar*. Os dados dos 15 sujeitos da pesquisa foram agrupados e analisados de acordo as proposições da TBR, buscando uma relação entre as respostas dos discentes e os conhecimentos adquiridos no levantamento teórico sobre o tema. Com o objetivo de manter as identidades dos participantes preservadas no anonimato, utilizou-se o seguinte código para apresentação dos resultados: “respostas dos discentes”.



No Quadro 4, é apresentado um demonstrativo dessas respostas obtidas. Ao fazer uma comparação com o espelho de respostas considerou-se satisfatório o nível de profundidade apresentado, pois se evidencia que os estudantes desenvolveram maior clareza de que há uma teoria para descrever objetos macroscópicos (física clássica) e outra para descrever os objetos microscópicos (MQ).

No pós-teste, um questionário sobre os conceitos da MQ foi aplicado. Através desse, foi possível analisar como os estudantes conectam o novo conhecimento com o previamente adquirido. Para tal, doze questões discursivas foram propostas para observar o processo cognitivo mobilizado entre o *Lembrar* (para questões de 1 a 6) e *Entender* (para questões de 7 a 12) de modo a *Aplicar* o conteúdo estudado.

**Quadro 4** – Demonstrativo de respostas referente aos pós-teste.

Questões Discursivas Propostas	Resposta dos Discentes	Espelho de Resposta
1. Na sua opinião, existe diferença essencial entre as visões de mundo proporcionadas pela física clássica e pela física quântica? Justifique sua resposta.	A diferença essencial entre a física clássica e a física quântica é a possibilidade de medição precisa, feitas simultaneamente. Na física clássica a medição precisa é extremamente importante porque define o comportamento da natureza, entretanto na física quântica a precisão da medida não é possível porque o comportamento da partícula muda de acordo com a observação.	Questão muito ampla e que dá margem a várias possíveis respostas corretas.  Espera-se sinalização de clareza de que há uma teoria para descrever objetos macroscópicos (física clássica) e outra para descrever os objetos microscópicos (mecânica quântica).  Na física clássica, é possível realizar a medição precisa e simultânea de duas ou mais grandezas físicas, e, portanto, pode-se prever o comportamento de sistemas da natureza, entretanto na física quântica a medida não pode ser realizada de maneira precisa, para duas grandezas canonicamente conjugadas, simultaneamente, porque o ato de observar (medir) afeta o estado do sistema que está sendo observado.
2. Na sua opinião, quais são as propriedades essenciais dos objetos clássicos?	Um objeto clássico é caracterizado por ser observável, ou seja, está em uma escala em que podemos realizar uma medição precisa e conseqüentemente definir o seu comportamento.	(a) um objeto quântico é caracterizado pelo fato de não ser possível conhecer seu estado, com precisão, em virtude de estar em uma escala onde não é possível realizar medições precisas (escalas atômicas). Isto não significa que não existam fenômenos quânticos que se manifestam macroscopicamente, a exemplo da superfluidez; (b) possuem momentum linear e posição bem definidos simultaneamente, no caso do objeto ser uma partícula ou corpo material; (c) obedecem a equações de movimento determinísticas; e (d) que eles são, sempre, ou partículas ou ondas.
3. Na sua opinião, quais são as propriedades essenciais dos objetos quânticos?	Um objeto quântico é caracterizado pelo fato de não ser observável, ou seja, está em uma escala onde não é possível realizar medições precisas (escalas atômicas), portanto, para	(a) são objetos do mundo microscópico; (b) são objetos para os quais o momentum linear e a posição são observáveis complementares, ou seja, não estão bem definidos

	estudar seu comportamento precisamos trabalhar com abstração (probabilidade).	simultaneamente; (c) seu movimento no espaço não obedece a uma equação de movimento determinística, como no caso dos objetos clássicos. Ou seja, o estudo do comportamento de objetos quânticos, em virtude de suas características, nos obriga trabalhar com possibilidades que são tratadas no âmbito da teoria das probabilidades; e (d) são objetos com um caráter dual, isto é, em determinadas situações se comportam como partículas, e, em outras, como ondas.
4. Na sua opinião, qual é a principal diferença entre objetos clássicos e objetos quânticos?	Justamente o fato de poder definir o comportamento com previsão. No objeto clássico podemos definir este comportamento com certeza, enquanto no objeto quântico isso não é possível.	(a) o tamanho do objeto (macroscopia versus microscopia); (b) os objetos clássicos não obedecem ao Princípio da Incerteza; (c) não existe dualidade onda-partícula para os objetos clássicos, ao contrário dos quânticos; e (d) o comportamento dos objetos clássicos é determinístico, enquanto o dos quânticos é probabilístico.
5. Sobre a experiência dupla-fenda: um feixe de elétrons passa por duas fendas e forma um padrão de interferência numa tela cintiladora. O que acontece quando apenas 1 elétron passa pelas fendas?	Quando um elétron passa na fenda o padrão luminoso na tela não está bem definido, pois não podemos definir sua posição exata, uma vez que ela varia de acordo com o observador.	Haverá apenas uma cintilação pontual na tela, sem a formação de um padrão espacialmente estendido;
6. Enuncie o Princípio de Incerteza. Procure dar um exemplo.	O princípio da incerteza nos diz que nada na quântica é certo porque o observador determina a medição nos dando a característica da “incerteza”. Podemos citar como exemplo o experimento do gato de Schrödinger, onde um gato em uma caixa está vivo e morto ao mesmo tempo e o que define o estado do gato é a observação.	Em síntese: não se pode determinar com precisão e simultaneamente a posição e o momento de uma partícula.
7. Explique resumidamente os postulados da Mecânica Quântica?	A mecânica quântica pressupõe 6 postulados que direcionam o seu estudo.	Tratam da descrição de um sistema físico na mecânica quântica e estabelece características do processo de medida.
8. Sobre os operadores responda: a) O que significa conceito de “operador” em física? b) Quais são as tarefas dos operadores em mecânica quântica? c) Como os operadores agem em um sistema? d) Quais operadores você conhece? Dê exemplo.	a) um operador trata-se de uma aplicação matemática que leva uma função de um espaço em outro. b) admitindo a abstração, ou seja, a sobreposição de estados os operadores possuem uma importância fundamental na descrição matemática da mecânica quântica. c) admitem abstração d) operador linear, operador hamiltoniano, entre outros. Podemos usar como exemplo o operador hamiltoniano utilizado no espaço de Hilbert para descrever o comportamento de um objeto quântico.	a) propriedades medíveis de um sistema; b) descrever todas as informações possíveis que se pode obter do sistema físico representado por uma função de onda complexa; c) representando os estados das variáveis dinâmicas; e d) Energia e momento são exemplos para operadores.
9. a) O que significa conceito “observável” em física? b) Quais observáveis você conhece? Dê exemplo.	Algo observável na física significa algo cuja medição precisa poder ser realizada. Força, velocidade, momento, aceleração entre outros.	a) Variáveis físicas que podem ser medidas; e b) resposta pessoal.

10. Quais são as diferenças entre conceitos “observáveis” e “operadores”?	A principal diferença se encontra na abstração. Algo observável não admite abstração, ou seja, admite apenas a medição precisa, enquanto o operador admite a sobreposição de estados (abstração).	Os observáveis são grandezas reais medíveis enquanto os operadores um ‘ente’ matemático abstrato.
11. O que é e o que significa um “operador hamiltoniano”?	É um operador trabalhado no espaço de Hilbert designado para descrever os comportamentos dos objetos quânticos como a força, o momento, etc.	Expressar os autovalores e autofunções da equação de Schrödinger.
12. Obtenha o operador $\rho$ tal que $\langle \mathbf{r}   \rho   \mathbf{r} \rangle =  \varphi(\mathbf{r}) ^2$ e $\langle \mathbf{k}   \rho   \mathbf{k} \rangle =  \varphi(\mathbf{k}) ^2$ .		<p>Deseja-se um operador que atue de formas distintas sobre a base das posições e momentos.  Sabendo que: <math>\varphi(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{r}   \varphi \rangle</math>  Logo, <math> \varphi(\mathbf{r}) ^2 = \langle \mathbf{r}   \varphi \rangle \langle \varphi   \mathbf{r} \rangle</math>  Assim, <math>\langle \mathbf{r}   \rho   \mathbf{r} \rangle = \langle \mathbf{r}   \varphi \rangle \langle \varphi   \mathbf{r} \rangle</math></p> <p>Significa que se <math>\rho</math> é um operador hermitiano, então cada aplicação dele sobre a base das posições retorna o quadrado da função de onda. Isto é, <math>\rho   \mathbf{r} \rangle =  \varphi(\mathbf{r}) ^2   \mathbf{r} \rangle</math>. Daí, teríamos a igualdade validada. Portanto, <math>\rho</math> tem dois autovalores, <math> \varphi(\mathbf{r}) ^2</math> e <math> \tilde{\varphi}(\mathbf{k}) ^2</math>, associados respectivamente aos autovetores <math>  \mathbf{r} \rangle</math> e <math>  \mathbf{k} \rangle</math>.</p>

As quatro primeiras questões, retiradas do trabalho de Ostermann e Ricci (2004), são voltadas a verificar como os estudantes reconhecem as diferenças entre um objeto clássico e um quântico. Através da análise dos dados, com uso da técnica TBR observa-se no demonstrativo de respostas que são sinalizados aspectos essenciais da MQ, embora haja confusão quanto a interpretação dos sistemas quânticos, bem como sobre o processo da medição. Alguns discentes parecem não ter entendido que, na MQ, também é possível obter uma medida tão precisa quanto no caso de grandezas clássicas. O que não se pode é medir duas grandezas conjugadas com precisão indefinida ao mesmo tempo. Essas questões foram abordadas novamente no Momento 2 do curso.

Essas limitações se repetem nas questões 5 e 6 sobre a experiência dupla-fenda, retirada de Montenegro e Pessoa Jr. (2002). Aos estudantes falta conhecimento das interpretações para a teoria quântica. Apesar disso, são lembrados aspectos da física clássica e evidencia compreensão da ruptura radical com a visão de mundo clássica, embora não mencione o Princípio da Incerteza ou Dualidade onda-partícula.

Ainda, na esfera de verificação de compreensão conceitual da MQ, para o segundo bloco de questões (7 a 12), o processo cognitivo *Entender* foi alcançado pelos estudantes nas questões 8, 9, 10 e 11. Observou-se, que não houve respostas consistentes das questões 7 e 12, ou seja, não conseguiram dissertar sobre os postulados da MQ, nem explicitar noções básicas sobre o formalismo matemático. É importante ressaltar que a linguagem matemática da notação de Dirac apresentada aos estudantes foi oportunizada de modo a configurar um primeiro contato e não com a necessidade de maior aprofundamento. O cuidado ao desenvolver a proposta foi de não negligenciar os aspectos conceituais e de interpretação. Portanto, embora não tenham logrado êxito em todas as questões considerou-se positivo o resultado do pós-teste.

Toda a parte inicial, Momento 1, foi estrategicamente pensado em oferecer os conhecimentos necessários para uma melhor discussão do contexto histórico que seria discutido nas aulas seguintes. Verificaram-se oscilações no interesse e motivação dos estudantes devido à apresentação do formalismo de Dirac, mesmo usando a linguagem de vetores conhecida por eles, seguido dos

postulados da MQ. Em síntese, os resultados dos pré-testes e dos pós-testes revelam que é importante se atentar para a inclusão da discussão conceitual e do formalismo (sem excessos), uma vez que o *Conhecimento Efetivo/Factual* dos estudantes sobre esses aspectos é insuficiente, conforme analisado anteriormente.

Em paralelo às escolhas didáticas, um aspecto negativo muito marcante foi a falta de dedicação dos estudantes. A professora-pesquisadora questionava-os acerca da realização das atividades e, em alguns momentos, os mesmos reconheciam as lacunas que iam deixando pelo caminho. Nesse caso, atividades que deveriam auxiliar os estudantes no aprendizado não cumpriram seu papel e um dos motivos foi a falta de compromisso com suas realizações. Aos que faziam as atividades, ainda que incompletas, foi possível verificar um processo crescente de compreensão conceitual que caminhava lado a lado com equívocos ou falta de interpretação do que se pedia nas questões.

Essas discussões conduzem a conclusão de que os professores precisam desenvolver técnicas de ensino para estimular o processo cognitivo do estudante. Com uma base teórica fomentada, os novos conhecimentos poderão ser aprendidos significativamente, relacionando-se com o anteriormente compreendido de forma não arbitrária (ANDERSON e KRATHWOHL, 2001). Ao elaborar propostas didáticas, é preciso atenção aos conhecimentos que os estudantes deveriam ter construídos ao longo de sua vida acadêmica e os inserimos de modo a revisá-los. A revisão do conhecimento prévio por meio do pré-teste evitou que os estudantes tivessem maiores dificuldades de compreensão do conteúdo ou uma aprendizagem simplesmente automática e não significativa.

Dos resultados obtidos no Momento 1, tem-se que, baseado na TBR, ao explorar os níveis de conhecimento *Factual* e *Conceitual* detecta-se um avanço no aprendizado através da análise do conhecimento percebido no processo cognitivo (níveis taxonômicos). Os rendimentos aqui apresentados são apenas um breve recorte de escritos adquiridos durante os encontros, no entanto a análise dos dados permitiu mensurar a qualidade do ensino ofertado promovendo um maior grau de desempenho apresentado pelos participantes, passando do nível de *Lembrar* para *Aplicar*.

Nos encontros que se seguiram (6, 7 e 8) uma abordagem histórico-conceitual foi feita sobre o argumento EPR e suas consequências epistemológicas. Foi discutido com os estudantes aspectos sobre a detecção do emaranhamento, sua dinâmica e a relação com o conceito de não localidade. Todo o processo foi desenvolvido com um viés historiográfico com destaque de trechos dos textos originais dos cientistas prezando pelo reconhecimento do importante papel dos vários cientistas da época, bem como dos aspectos conceituais e o valor dos conceitos trazidos pelos próprios cientistas. Nos últimos encontros (9 e 10), discutiu-se sobre as interpretações da MQ, bem como sua aplicação em diferentes campos do conhecimento. Essa segunda parte da proposta não faz parte do escopo de discussão deste artigo.

## Considerações finais

Entre o pré-teste e o pós-teste, por meio do objetivo educacional de promover a compreensão conceitual da MQ, foi verificado progressos no modo como o conteúdo foi conduzido e recebido pelos estudantes. Houve indícios de uma familiarização com os conceitos básicos, como termos e elementos específicos. As dimensões do *Conhecimento Efetivo/Factual* e o *Conhecimento Conceitual* foram progressivamente alcançadas, embora ainda não ao nível ideal.

É possível afirmar que houve avanço no conhecimento dos estudantes, quanto a natureza indeterminista e probabilística da Teoria Quântica, mas ainda apresentando equívocos interpretativos e compreensão dos conceitos fundamentais. Questões que foram esclarecidas ao longo das mediações e, assim, promovia-se entendimento do comportamento das partículas subatômicas e as limitações

entre Mecânica Clássica em descrevê-las. Em reação à MQ, além de ser apresentada numa linguagem matemática, foi dada ênfase interpretações básicas e um tipo de aplicação bastante atual, a criptografia quântica. Por fim, despertou-se o interesse pelo processo de construção do conhecimento da MQ e do fazer científico.

Para além desses aspectos, são contribuições ao ensino de MQ para a graduação em física: 1) o convite aos professores que priorizem a compreensão histórico-conceitual e a transposição didática como estratégia para a formação no ensino superior; 2) usar a técnica de classificação bidimensional TBR para elaboração das atividades didáticas a serem planejadas de modo a atuar como ferramentas mediadoras no processo de construção conceitual dos estudantes; e 3) buscar meios de incentivar a participação ativa dos estudantes na organização do conhecimento. Estes métodos oferecem aos professores maneiras de detectar os ganhos no processo de aprendizagem dos discentes.

Para finalizar, pode-se dizer que a docência desenvolvida de forma comprometida e a partir de uma prática pedagógica crítica e reflexiva por meio de desafios instigantes, permite que tanto o professor quanto os estudantes alcancem resultados positivos e desenvolvam habilidades necessárias para a sua atuação dentro e fora das universidades.

## Referências

AKARSU, B. Instructional Designs in Quantum Physics: a Critical Review of Research. *Asian Journal of Applied Sciences* 4(2), 112-118 (2011).

ALBERT, D. Z. *Quantum Mechanics and experience*. Harvard University Press, 1994 - 206 p.

ANDERSON, L. W. & KRATHWOHL, D. R. *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. [S.l.]: Allyn & Bacon, 2001.

BELLER, M. *Quantum dialogue: the making of a revolution*. Chicago: University Of Chicago 2001.

BOHM, D. *Quantum theory*. New York: Dover Publications, (1989).

BRASIL. Ministério da Educação. Resolução CNE/CP nº 2, de 20 de dezembro de 2019. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Brasília: MEC, 2019.

CHEVALLARD, Y. *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. La Pensée Sauvage, Argentina, 1991.

CUESTA-BELTRÁN, Y. J. Estado del arte: tendencias en la enseñanza de la física cuántica entre 1986 y 2016. TED: N° 44, segundo semestre de 2018, p. 147-166.

DIDIŞ, N.; ERYILMAZ, A. & ERKOÇ, Ş. Pre-service Physics Teachers' Comprehension of Quantum Mechanical Concepts. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 6(4), 227-235, 2010.

FISCHLER, H. & LICHTFELDT, M. Modern physics and students' conceptions. *International Journal of Science Education*, London, v. 14, n. 2, p. 181-190, Apr./June 1992.



- FREIRE Jr., O. Quantum dissidents: Research on the foundations of quantum theory circa 1970. *Studies In History and Philosophy of Science Part B*, v. 40, n. 4, p.280–289, 2009.
- GRECA, I. M. Construindo significados em mecânica quântica: resultados de uma proposta didática aplicada a estudantes de física geral. 2000. Tese (Doutorado em Física), Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2000.
- GRECA, I. M.; FREIRE, O. Meeting the Challenge: Quantum Physics in Introductory Physics Courses. In: MATTHEWS, M. R. (Ed.) *International Handbook of Research in History, Philosophy and Science Teaching*. Springer, v.1; 2014, p. 183-209.
- GRECA, I. M.; MOREIRA, M. A. & HERSCOVITZ, V. E. Uma Proposta para o Ensino de Mecânica Quântica. *Rev. Bras. Ensino Fís.* vol.23 n°.4 São Paulo, Dec. 2001.
- HADZIDAKI, P. Quantum mechanics and scientific explanation: an explanatory strategy aiming at providing understanding. *Science & Education*, 17(1), 49–73, 2008a.
- HADZIDAKI, P. The Heisenberg microscope: a powerful instructional tool for promoting meta-cognitive and meta-scientific thinking on quantum mechanics and the “nature of science”. *Science & Education*, 17(6), 613–639, 2008b.
- JOHANSSON, A., ANDERSSON, S., SALMINEN-KARLSSON, M. & ELMGREN, M. “Shut up and calculate”: the available discursive positions in quantum physics courses. *Cultural Studies of Science Education*, 2016. <https://doi.org/10.1007/s11422-016-9742-8>
- JONES, D. G. C. Teaching modern physics: misconceptions of the photon that can damage understanding. *Physics Education*, Bristol, v. 26, n. 2, p. 93-98, março de 1991.
- LALOË, F. Do we really understand quantum mechanics? Strange correlations, paradoxes, and theorems. *American Journal of Physics*, 69(6), 655–701. doi:10.1119/1.1356698 (2001).
- MCDERMOTT, L. C.; Redish, E. Resource letter: PER-1: Physics education research. *American Journal of Physics*, 67(9), 755–767. (1999).
- MONTEIRO, M. A.; NARDI, R. & BASTOS FILHO, J. B. A sistemática incompreensão da teoria quântica e as dificuldades dos professores na introdução da física moderna e contemporânea no ensino médio. *Ciência & Educação*, v. 15, n. 3, p. 557-580, 2009.
- MONTENEGRO, R. L. & PESSOA Jr., O. Interpretações da Teoria Quântica e as concepções dos estudantes do curso de Física. *Investigações em Ensino de Ciências – V7(2)*, pp. 107-126, 2002.
- MOREIRA, M. A. Unidades de enseñanza potencialmente significativas – UEPS. *Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review*, v. 1, p. 43-63, 2011.
- OLIVEIRA, F. F.; VIANNA, D. M. & GERBASSI, R. S. Física Moderna no Ensino Médio: O que dizem os professores. *Revista Brasileira de Ensino de Física* 29, 447-454 (2007).
- OSTERMANN, F. & RICCI, T. F. Noções básicas de mecânica quântica: um levantamento junto a professores de física de ensino médio. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE FÍSICA, 15., 2003, Curitiba. Anais... Curitiba, 2003.

PAULO, I. J. C. & MOREIRA, M. A. O problema da linguagem e o ensino da mecânica quântica no nível médio. Ciênc. Educ. (Bauru) vol.17 n°.2 Bauru, 2011.

PESSOA Jr., O. Conceitos de Física Quântica. 1 ed., vol. 1. São Paulo: Editora Livraria de Física, 2003.

SOUZA, R. S. Análise de uma proposta didática para o ensino de Mecânica Quântica por meio de contextualização histórica na formação de professores de Física. Tese, p. 352, 2020.

SOUZA, R. S.; GRECA, M. I.; LIMA, I.; TEIXEIRA, E. S. Reflexões sobre o Ensino de Mecânica Quântica nos Cursos de Graduação em Física a partir de Revisão Sistemática. Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências, v. 20, p. 1363–1391, 2021.

VIGOTSKI, L. S. Psicologia pedagógica. Porto Alegre: Artmed, 2003. (Trabalho original publicado em 1926)

WUTTIPROM, S. et al. Development and use of a conceptual survey in introductory quantum physics. International Journal of Science Education, 31(5), 631–654, (2009).