AJUDANDO A ELUCIDAR O SIGNIFICADO FÍSICO-MATEMÁTICO DE INTEGRAIS PARA ESTUDANTES DE ENGENHARIA EM UM MINICURSO COM O AUXÍLIO DE ENUNCIADOS

Helping to Elucidate the Physical and Mathematical Meaning of Integrals for Engineering Students in a Short Course with the Help of Statements

Lúcio Ângelo Vidal [1]*(lucio.vidal@cba.ifmt.edu.br)*
Cristiano Rocha da Cunha[2]*(cristiano.cunha@cba.ifmt.edu.br)*
Rua Professora Zulmira Canavarros, nº 95 – CEP: 78005-200, Centro, Cuiabá - MT
Andreia da Silva Tavares [3] *(andreia.physical@gmail.com)*
UNIVAG - Universidade de Várzea Grande
Avenida Dom Orlando Chaves, 2655 - Cristo Rei, Várzea Grande - MT, 78118-000

Recebido em: 20/04/2020
Aceito em: 19/10/2020

Resumo

O presente artigo mostra o desempenho obtido por 14 alunos de Física Geral 2, em uma Universidade Particular da grande Cuiabá, antes e depois de um minicurso realizado de forma remota de interpretação de integrais da disciplina. O curso foi composto pela interpretação geométrica e textual das integrais. O teste de verificação, antes e após o curso, foi constituído de oito questões com oito alternativas de escolha em que uma delas é nenhuma afirmação é verdadeira. As questões foram mostradas na tela do Google Meet para que os estudantes enviassem a resposta para o e-mail do docente antes e depois do curso. O resultado obtido foi uma melhora na quantidade total de acertos, além de um aumento na quantidade de acertos por questão, tais fatos sugerem ser necessário cada vez mais abordagens interpretativas das integrais no processo de ensino-aprendizagem.

Palavras-Chave: interpretação geométrica de integrais, integrais na física, interpretação textual de integrais.

Abstract

This article shows the performance obtained by 14 students of General Physics 2, in a Private University in the greater Cuiabá, before and after a mini-course carried out remotely in the interpretation of integrals of the discipline. The course was composed by the geometric and textual interpretation of the integrals. The verification test, before and after the course, consisted of eight questions with eight alternatives of choice in which one of them is no statement is true. The questions were shown on the Google Meet screen for students to send the answer to the professor's email before and after the course. The result obtained was an improvement in the total number of correct answers, in addition to an increase in the number of correct answers per question, such facts suggest that more interpretive approaches to integrals are needed in the teaching-learning process.

Keywords: geometric interpretation of integrals, integrals in physics, textual interpretation of integrals

Introdução

Ao se abordar problemas no aprendizado de integrais em Física Geral, observa-se que alguns artigos trazem a problemática de dificuldades dos alunos para a compreensão de Leis do Eletromagnetismo em sua forma integral que correspondem geralmente à disciplina de Física Geral 3.

No artigo de Moreira e Krey (2006), por exemplo, há a abordagem da dificuldade de aprendizagem da Lei de Gauss por parte de 74 alunos pertencentes a duas turmas do curso de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Os resultados obtidos por Guisasola et al (2003) concluem, em uma amostra composta por 109 estudantes de Engenharia na Espanha e por 12 alunos do Curso de Física na Argentina, que os discentes têm muitas dificuldades no aprendizado das Leis de Ampère e de Gauss.

Em busca de conhecimentos de diferentes disciplinas cada vez mais inter-relacionados, Santarosa e Moreira (2011) fazem um estudo no sentido de desenvolver uma integração dos conhecimentos das disciplinas de Física Geral e Experimental 1 e Cálculo Diferencial e Integral 1 na UFRGS.

Ferreira (2013), por sua vez, desenvolve um trabalho, no Instituto Federal de Educação Sudeste de Minas Gerais com alunos do terceiro período do curso de Licenciatura em Física, investigando elementos de visualização conceitual e de definição de conceito sobre Integral de Linha de Campos Vetoriais interpretando-os fisicamente como Trabalho de uma Força. Assim, a aplicabilidade de um conceito matemático do terceiro semestre do curso é realizada sobre um conceito físico visto no primeiro semestre.

Diante do exposto por estes pesquisadores na área de ensino, poder-se-ia pensar que é também interessante esclarecer, do ponto de vista físico-matemático esclarecer o significado de algumas integrais que aparecem no estudo da disciplina de Física Geral 2, por exemplo. Afinal de contas, nos trabalhos citados não se observam este tipo de estudo.

Alguém pode se perguntar se há realmente necessidade de esclarecer isso em um minicurso, afinal todos os subsídios matemáticos não foram vistos nos Cálculos 1 e 2 ou em Geometria Analítica? Acredita-se aqui que embora vistos, o que se observa na prática é a incapacidade de muitos alunos de entender os conceitos matemáticos fisicamente aplicados.

Além disso, ao observar vários livros-textos adotados no ensino de Física do Ensino Superior, não aparecem escritos por extenso que esclareçam os significados das integrais, bem como não há interpretação matemático-geométrica da representação delas.

Segundo Machado (1990, p.10) há uma relação de influência mútua entre a Matemática e o idioma revelado por meio de um paralelismo das funções que cada um desempenha e pelo complemento nos objetivos buscados. Por essa razão, é imperativo conhecer esta influência para desenvolver ações no sentido de superar dificuldades no ensino de Matemática. Assim, se há então uma relação forte entre a Matemática e a Língua Portuguesa, é de se esperar que também exista uma relação entre esta última e a Física, pois muitas leis físicas são expressas por uma relação matemática.

Em resumo, tem-se como objetivos neste artigo: 1) Familiarizar cada vez mais o aluno a pensar o conceito físico na perspectiva de integrais; 2) Incentivar a representação geométrica e/ou física de cada integral; 3) Incentivar colocar textos elucidativos do significado de cada integral; 4) Analisar o desempenho de estudantes depois da realização do minicurso de interpretação físico-matemática de integrais.

Discussão sobre algumas Obras Clássicas de Física no ensino Superior e as Equações em Forma Integral

Na visão de Goldman et al (1981) há várias razões para que não haja a plena apropriação de conhecimentos de Física. Dentre as quais, podem-se destacar: a apresentação fragmentada do conhecimento na disciplina e a despreocupação por parte do professor de transmitir aos estudantes uma imagem da natureza.

Segundo este entendimento, para interpretar as integrais que constam ou deveriam constar nos livros de Física geral 2, é necessário entender alguns conceitos matemáticos; tais como produto escalar, produto vetorial, integral, integral de linha, integral de superfície, infinitesimal, integral, teorema fundamental do cálculo e representação geométrica.

Os livros didáticos de Física Geral não trazem o enunciado por extenso do significado da integral que neles aparecem, às vezes não apresentam a equação em forma integral, apenas na forma diferencial sem também esclarecer em palavras o significado do que está exposto e há outros até que trazem uma equação que não está nem na forma diferencial nem na forma integral, ou seja, no formato de quociente ou produto respectivamente, como se o público-alvo do livro fossem alunos do Ensino Médio.

Citando como um primeiro exemplo, tem-se a conceituação das equações 5 e 6 do questionário aplicado aos alunos, no livro *Curso de Física Básica volume 2* (NUSSENZVEIG, 2014) apresentam-se estas equações nas páginas 13 e 14 na forma diferencial focando respectivamente nos conceitos de densidade e pressão como se apresentam a seguir nas equações 1 e 2 respectivamente:

$$\mu = \frac{dm}{dV} \quad (1)$$

$$p = \frac{dF}{dA} \quad (2)$$

No livro *Física 2 Termodinâmica e Ondas* (YOUNG e FREEDMAN, 2016) apresenta-se a equação 8 do questionário na página 263 na forma integral (como aparece neste trabalho na equação 3 deste artigo), entretanto não há uma explicitação por extenso do que significa, embora seja possível ter uma pequena noção da representação por meio da figura 1 logo a seguir que corresponde à figura 18.23 b do livro. Ainda no mesmo livro há de se reconhecer que a maioria das equações apresentadas têm um texto explicitando o que cada variável da fórmula representa (este não é o caso da equação 3 apresentada no artigo).

$$\int v^2 f(v) dv = v_{med\ quadrática} \quad (3)$$

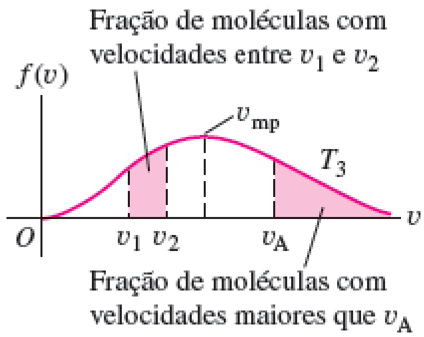

Figura 1. Função distribuição de velocidade de moléculas de um gás. **Fonte**: *Física 2 Termodinâmica e Ondas* (YOUNG e FREEDMAN, 2016).

Física para Cientistas e Engenheiros volume 2 (JEWETT JR e SERWAY, 2017) introduz as equações 2 (variação de entropia em um ciclo aberto) e 3 (variação de entropia em um ciclo fechado) da lista nas páginas 206 e 208 respectivamente. Há uma menção na página 208, logo após a apresentação da entropia num ciclo reversível (equação 5 deste artigo), que o símbolo da integral circulada pela "bolinha" indica que a mesma ocorre em um percurso fechado. Eis o enunciado: "*onde o símbolo $\oint$ indica que a integração ocorre em um caminho fechado.*" De qualquer forma, não aparecem um texto esclarecendo o significado da integral ou um gráfico que auxilie na interpretação.

$$\Delta S = \int dQ/T \;\; (4) \text{ entropia em um ciclo aberto}$$

$$\Delta S = \oint dQ/T \;\; (5) \text{ entropia em ciclo fechado}$$

A equação que representa o trabalho realizado sobre um gás em um ciclo fechado (a de número 7 na lista) é exibida de uma forma diferente na página 610 do livro *Física para Cientistas e Engenheiros volume 1: Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica* (TIPLER e MOSCA, 2009) em uma versão que não é aplicável a uma transformação cíclica (sem a "bolinha" na integral) como se observa na equação 6:

$$W_{sobre\ o\ gás} = -\int_{v_i}^{v_f} pdV \; (6)$$

A expressão matemática que aparece como item 4 da lista está apresentada no livro *Física 2* (RESNICK et al, 2003) na página 254 e traz um enunciado que ajuda a pensar que se os intervalos de temperaturas são muito pequenos, pode-se conceber o calor específico constante de uma certa substância e ao se desejar computar o calor total numa variação de temperatura maior, resolve-se a integral.

O enunciado é "*Podemos determinar o calor que precisa ser fornecido a um corpo de massa m, cujo material possui um calor específico c_n para aumentar a sua temperatura de uma temperatura inicial T_i até a temperatura final T_f dividindo a variação de temperatura em N intervalos ΔT_n supondo* *que* c_n *em cada pequeno intervalo e somando as contribuições para a transferência de calor de todos os intervalos n = 1, 2, ... , N. Isto fornece:*”

$$\Delta Q = \int_{T_i}^{T_f} mcdT \quad (7)$$

A vazão representada pela equação 1 do questionário é apresentada no livro *Física para Universitários* (BAUER et al, 2013) na página 24 de forma implícita na forma de uma simples variação de volume por variação de tempo igual ao produto da área pela velocidade como mostra a equação 8. Desta maneira, a abordagem até parece ser voltada ao ensino Médio.

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = Av \ (8)$$

Poder-se-ia continuar citando exemplos de outros livros aqui, mas o fato é que eles são insuficientes em suas formulações matemáticas mais gerais talvez até por uma questão didática. Em relação a trazer enunciados que poderiam ajudar bastante na compreensão do significado das integrais, simplesmente não aparecem em livro algum de Física.

No tocante aos tipos textuais, Marcuschi (2008) diz que se tratam de uma construção teórica definida pela origem da composição linguística.

Existem tipos textuais narrativos, descritivos, argumentativos, expositivos e injuntivos (WERLICH 1973 apud MARCUSCHI, 2002, p.29-30). Na visão de Marcuschi (2011 apud Dionísio 2010, p.30) no primeiro há a sequência temporal. No segundo, preponderam sequências de localização. No terceiro, há hegemonia de contrastes explicativos. No quarto há predomínio de sequências analíticas ou explicativas. Por fim, no último aparecem as sequências imperativas.

Acredita-se aqui que os dois últimos tipos de textos, citados no parágrafo anterior, são de suma importância do tocante ao aprendizado de ciências, pois o texto expositivo explica o que significa uma lei enquanto que o segundo pode ensinar um procedimento tal como obter o sentido de um vetor que é produto vetorial de outros dois vetores, ensinar como fazer para se chegar a uma integral em uma linha fechada ou em uma superfície fechada.

Em suma, o uso adequado da linguagem é importante em todas as ciências sejam estas sociais ou naturais, pois como expõe Bakhtin (1997) o idioma é construído no cotidiano em um contexto social e através deste último é possível transmitir o conhecimento empírico, a história e a ideologia ao longo das gerações.

Voltando ao aspecto matemático, costuma-se muito falar que a integral representa uma soma. Entretanto, esta frase parece um tanto vaga, pois historicamente sabe-se que a noção de integral surgiu a partir do cálculo da área de figuras planas cujos contornos eram curvas (IEZZI et al 2005, p. 208). Assim, parece mais plausível que a integral representa uma soma de produtos na realidade.

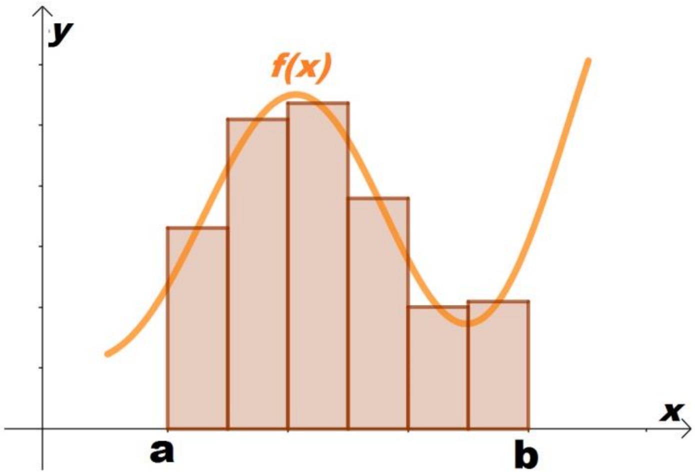

Figura 2. Cálculo da integral entre a e b aproximando a curva por retângulos.

Fonte: https://www.dicasdecalculo.com.br/conteudos/integrais/

Levando-se em conta a figura 2, para se calcular a integral desde **a** até **b**, deve-se dividir a região abaixo da curva em vários retângulos. Quanto mais estreitas as bases dos retângulos, menor é o erro cometido para determinar o **y** que é função de **x**. Logo, o erro total do cálculo da área será bem menor.

No estudo de vetores, há dois produtos que são definidos entre dois vetores quaisquer não nulos. Tratam-se dos Produtos Escalar e Vetorial.

O primeiro deles consiste em multiplicar o módulo de cada um pelo cosseno do ângulo delimitado pela origem de ambos, tendo como resultado um escalar, analisando a figura 3 é necessário entender que a projeção do vetor A (A cos θ) na direção de B multiplicado pelo módulo de B é o produto escalar.

O segundo consiste em multiplicar os vetores entre si de forma que se obtenha um outro vetor que é perpendicular aos outros dois e que numericamente representa uma área delimitada pelos dois vetores como mostra figura 4.

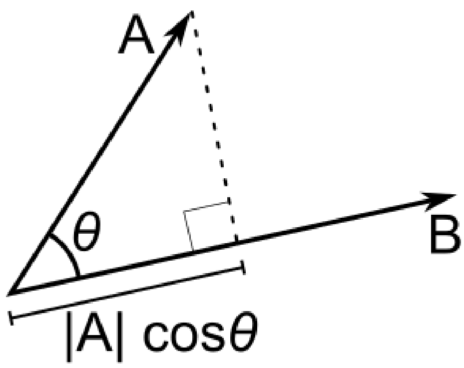

Figura 3. Produto Escalar entre dois vetores A e B

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Produto escalar

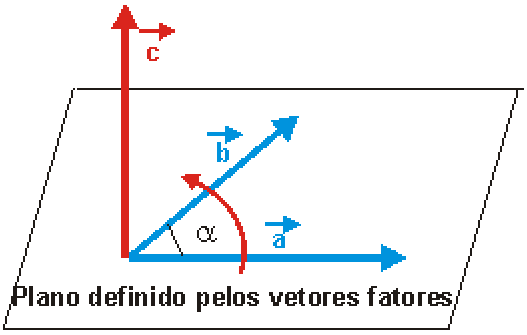

Figura 4. Produto vetorial entre dois vetores A e B representado pelo vetor C

Fonte: alfaconnection.pro.br

As integrais de linha são semelhantes às integrais simples, entretanto ao invés de se fazer a integração em um intervalo, faz-se em uma curva, portanto o nome mais correto seria integrais curvas (STEWART, 2011). Se elas ocorrem em uma linha fechada, o valor numérico representa a área delimitada pela linha. As integrais de superfície, por sua vez, são feitas em uma superfície curva e se esta última é fechada, delimitam um volume. Ambos os tipos de integrais só são definidos em campos vetoriais.

Os campos vetoriais são funções que associam vetores a ponto do espaço. Como exemplos, podem-se citar o vetor velocidade do ar, o campo magnético, o campo elétrico e o campo gravitacional.

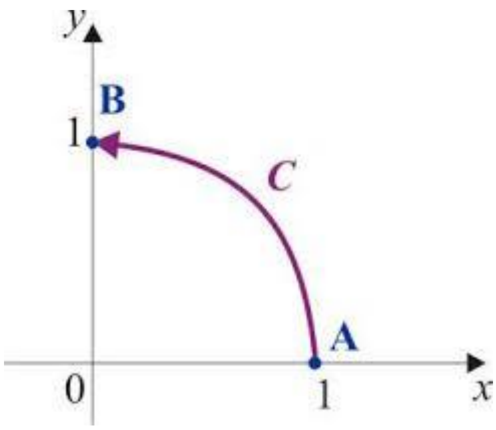

Figura 5. Linha curva

Fonte: http://calculo.iq.unesp.br/PDF/Integral%20de%20Linha.pdf

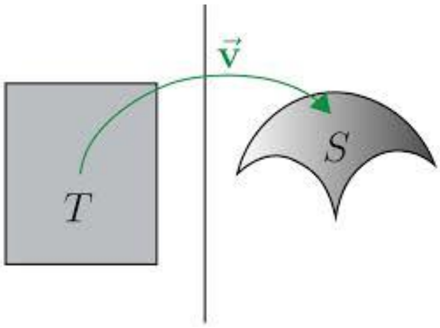

Figura 6. Superfície plana T aberta e superfície S aberta curvilínea.

Fonte: https://pt.khanacademy.org/math/multivariable-calculus/integrating-multivariable-functions/surface-integrals-articles/a/surface-integrals

Materiais e Métodos

O teste de sondagem, envolvendo integrais da disciplina de Física Geral 2, foi constituído de oito questões com oito alternativas de múltipla escolha cada uma e foi aplicado no dia 17 de abril de 2020 para 14 alunos de uma mesma turma do segundo período noturno de engenharias em uma Universidade Particular situada na grande Cuiabá durante uma aula on-line, devido à pandemia global da COVID-19, por meio da ferramenta Google Meets.

As questões foram mostradas na tela do Google Meet para que os estudantes enviassem a resposta para o e-mail do docente antes e depois do curso. Este pré-teste, constituído de expressões em forma integral análogas às questões do teste de verificação de aprendizagem (pós-teste), foi aplicado durante 30 minutos. Infelizmente nem todos os estudantes da turma participaram da atividade, pois alguns não participaram da aula por diversos motivos, tais como preferência por assistir a aula gravada disponibilizada pelo professor; impacto emocional da COVID-19 na vida do aluno e de seus familiares; desistência de fazer o curso de Engenharia online.

Após o teste de sondagem, foi realizado o minicurso de Integrais em Física Geral 2 com os mesmos 14 estudantes que fizeram o pré-teste. Este foi realizado de maneira online e abordou os conceitos de integral, soma de produtos aproximando a área, produto escalar, produto vetorial, integrais de linha e de superfície em campos vetoriais. Foi realizado no dia 17 de abril de 2020 com duração de 1 hora e 20 minutos.

A atividade foi desenvolvida procurando explicitar a essência do conceito de infinitesimal em uma apresentação de slides do programa Microsoft power point. Os alunos enviavam dúvidas pelo chat ou mesmo abriam o microfone para externá-las verbalmente. Mostrou-se mais detalhadamente que a integral seria uma soma de produtos de um valor por estes infinitesimais

Procurou-se dar ênfase à interpretação gráfica das integrais nos itens 2, 3, 4 e 7 do questionário, enquanto enfatizou-se a interpretação geométrica das integrais nos itens 1,5,6 e 8 do mesmo teste. Entretanto, em ambos os casos, houve a interpretação linguística e físico-matemática do significado de cada uma destas equações.

O significado linguístico foi esclarecido segundo o texto das alternativas corretas do teste. Quanto ao significado matemático, procedeu-se, por exemplo, no caso da primeira questão, de acordo com o Teorema Fundamental do Cálculo representado na equação 9:

$$\int \vec{v}\,.\,d\vec{A} = \sum_{i=1}^{n} \vec{v}_i.\,d\vec{A}_i = \vec{v}_1.\,d\vec{A}_1 + \vec{v}_2.\,d\vec{A}_2 + \cdots + \vec{v}_n.\,d\vec{A}_n \quad (9)$$

Fazendo a leitura, tem-se então que a integral do produto escalar entre o vetor velocidade escalar infinitesimal do vetor área é igual ao somatório de todos os produtos escalares entre cada velocidade e cada infinitesimal de área desde o primeiro pedaço de área até o enésimo pedaço dela. A partir deste enunciado, buscou-se induzir os alunos a interpretar, por meio de textos, o significado das demais integrais, ou seja, estabelecer a conexão entre interpretação físico-matemática e o respectivo texto escrito que trouxesse um significado aceito do ponto de vista científico da equação.

As demais integrais envolviam produtos entre quantidades escalares, assim o símbolo do ponto não apareceu nas demais integrais, mas continuaram a apresentar uma soma de produtos ou de quocientes.

Durante o pós-teste, constituído com as mesmas questões do pré-teste, foi esclarecido também que as variáveis físicas em símbolos tinham a seguinte nomenclatura *p* era pressão; *A* era área, *v* era velocidade, *V* era volume, *Q* era calor, *W* era trabalho, *T* era temperatura, *S* era entropia, µ era densidade, m era massa; f(v) era função de distribuição de velocidade. Segue adiante o teste e a justificativa para a presença de cada uma das questões. O pós-teste foi realizado pelos mesmos 14 alunos também em 30 minutos. A seguir, apresentasse o teste aplicado antes e após (idênticos) o minicurso.

Teste de Verificação de Aprendizagem: Integrais aplicadas em Física Geral 2

1.Assinale, entre as alternativas abaixo, o significado da expressão: $\oint \vec{v}\,.\,d\vec{A} = Vazão$

a) A soma dos produtos entre a velocidade e cada pedacinho de área em uma superfície fechada é igual à vazão;
b) A soma dos produtos entre a velocidade e cada pedacinho de área na área fechada é igual à vazão;
c) A soma dos produtos escalares entre a velocidade e cada pedacinho de área é igual à vazão;
d) A soma dos produtos escalares entre a velocidade e cada pedacinho de área na área fechada é igual à vazão;
e) A soma dos produtos vetoriais entre a velocidade e cada pedacinho de volume é igual à vazão;
f) A soma dos produtos vetoriais entre a velocidade e cada pedacinho de área em uma superfície fechada é igual à vazão.
g) A soma das velocidades integradas na área é igual à vazão.
h) Nenhuma alternativa está correta.

A integral no item 1 justifica-se por se referir ao cálculo, no caso mais geral possível, da vazão de um fluido em estudos de Dinâmica dos Fluidos. A resposta correta é a letra d.

2.Assinale, entre as alternativas abaixo, o significado da expressão: $\int dQ/T = \Delta S$

a) *A soma dos quocientes entre os pedacinhos de variação de calor e a temperatura é igual à variação de entropia;*
b) *A soma dos quocientes entre a variação de calor e a temperatura é igual à variação de entropia;*
c) *A soma dos quocientes entre os pedacinhos de variação de calor e a temperatura em um ciclo fechado é igual à variação de entropia;*
d) *O inverso da temperatura integrada no calor é igual à variação de entropia;*
e) *O calor integrado na temperatura é igual à variação de temperatura;*
f) *A soma dos produtos escalares entre os pedacinhos de calor e o inverso da temperatura é igual à variação de entropia;*
g) *A soma dos produtos vetoriais entre os pedacinhos de calor e o inverso da temperatura é igual à variação de entropia.*
h) *Nenhuma alternativa está correta.*

Nos estudos de segunda lei da termodinâmica, é imprescindível entender o significado da integral na questão 2 para efetuar o cálculo da entropia de um sistema termodinâmico não cíclico. A alternativa correta aqui é a letra a.

3.Assinale, entre as alternativas abaixo, o significado da expressão: $\oint dQ/T = \Delta S$

a) *A soma dos quocientes entre os pedacinhos de variação de calor e a temperatura é igual à variação de entropia;*
b) *A soma dos quocientes entre a variação de calor e a temperatura é igual à variação de entropia;*
c) *A soma dos quocientes entre os pedacinhos de variação de calor e a temperatura em um ciclo fechado é igual à variação de entropia;*
d) *O inverso da temperatura integrada no calor é igual à variação de entropia;*
e) *O calor integrado na temperatura é igual à variação de temperatura;*
f) *A soma dos produtos escalares entre os pedacinhos de calor e o inverso da temperatura é igual à variação de entropia;*
g) *A soma dos produtos vetoriais entre os pedacinhos de calor e o inverso da temperatura é igual à variação de entropia.*
h) *Nenhuma alternativa está correta.*

Ainda no que diz respeito à segunda lei da termodinâmica, é importante a compreensão do significado da integral apresentada no quesito 3, pois diferente da integral no quesito 2, agora é calculada em um sistema termodinâmico cíclico. A questão de número 3 tem a alternativa c como a exata.

4.Assinale, entre as alternativas abaixo, o significado da expressão: $\int mcdT = \Delta Q$

a) *A soma dos produtos entre a massa, o calor específico e a temperatura é igual à variação da quantidade de calor;*
b) *A soma dos produtos vetoriais entre a massa, o calor específico e a temperatura é igual à variação da quantidade de calor;*
c) *A soma dos produtos escalares entre a massa, o calor específico e a temperatura é igual à variação da quantidade de calor;*
d) *O produto massa vezes calor específico integrado na temperatura é igual à variação da quantidade de calor;*
e) *A temperatura integrada no produto massa vezes calor específico é igual à variação da quantidade de calor;*

f) A soma dos produtos escalares entre a massa, o calor específico e as pequenas variações de temperatura é igual à variação da quantidade de calor;
g) A soma dos produtos entre a massa, o calor específico e as pequenas variações de temperatura é igual à variação da quantidade de calor;
h) Nenhuma alternativa está correta.

O cálculo apresentado no item 4 destina-se ao computo, mais geral possível, do calor sensível nos estudos de Calorimetria quando se tem o calor específico e/ou a massa variando com a temperatura. Eis a razão pela qual está no questionário. O item 4 é corretamente respondido pela letra g.

5.Assinale, entre as alternativas abaixo, o significado da expressão: $\int \mu dV = m$

a) A soma dos produtos entre a densidade e cada pedacinho de área em uma linha fechada é igual à massa;
b) A soma dos produtos vetoriais entre a densidade e cada pedacinho de volume é igual à massa;
c) A soma dos produtos escalares entre a densidade e cada pedacinho de volume é igual à massa;
d) A soma dos produtos entre a densidade e cada pedacinho do volume é igual à massa;
e) A soma dos produtos entre a densidade e o volume é igual à massa;
f) A soma dos produtos escalares entre o vetor densidade e cada pedacinho do vetor volume é igual à massa;
g) A soma das densidades integradas no volume é igual à massa;
h) Nenhuma alternativa está correta.

Aqui temos na questão 5, uma expressão que sugere o cálculo da massa de um fluido em caso de ser heterogêneo e ter densidades diferentes em cada fração de seu volume. Este cálculo é importante para Estática dos Fluidos. A resposta correta é a letra d.

6.Assinale, entre as alternativas abaixo, o significado da expressão: $\int p\, dA = F$

a) A soma dos produtos entre a pressão e cada pedacinho de área em uma superfície fechada é igual à força;
b) A soma dos produtos entre a pressão e a área é igual à força;
c) A soma dos produtos escalares entre a pressão e cada pedacinho de área é igual à força;
d) A soma dos produtos vetoriais entre a pressão e cada pedacinho de área é igual à força;
e) A soma das pressões integradas na área é igual à força;
f) A soma dos produtos entre a pressão e cada pedacinho de área em uma superfície é igual à força;
g) A soma dos produtos escalares entre a pressão e cada pedacinho de área em uma superfície fechada é igual à força;
h) *Nenhuma alternativa está correta.*

A formulação matemática exposta no quesito 6 diz respeito à possibilidade de ter uma pressão que varia em cada pedacinho de uma grande área. Logo, seria a maneira mais prática de se calcular a força total exercida pela água nas paredes de uma barragem. Este estudo pode aparecer em Estática dos Fluidos. A resposta certa é a letra f.

7.Assinale, entre as alternativas abaixo, o significado da expressão: $\oint p dV = W$

a) A soma dos produtos entre a pressão e o volume em um ciclo fechado é igual ao trabalho;

b) A soma dos produtos entre a pressão e cada pedacinho de volume é igual ao trabalho;
c) A soma das pressões integradas no volume é igual ao trabalho;
d) A soma dos produtos entre a pressão e cada pedacinho de volume em um ciclo fechado é igual ao trabalho;
e) A soma dos produtos escalares entre a pressão e cada pedacinho de volume é igual é igual ao trabalho;
f) A soma dos produtos vetoriais entre a pressão e cada pedacinho de volume é igual é igual ao trabalho;
g) A soma dos produtos entre a pressão e cada pedacinho de área na superfície fechada é igual ao trabalho.
h) Nenhuma alternativa está correta.

A expressão matemática na questão de número 7 é útil para o cálculo do trabalho realizado pelo gás ou sobre o gás durante uma transformação termodinâmica qualquer cíclica. Compõe uma das partes da primeira lei da termodinâmica. A conclusão correta é a letra d.

8.Assinale, entre as alternativas abaixo, o significado da expressão: $\int v^2 f(v)dv = v_{med\ quadrática}$

a) A soma dos produtos entre o quadrado da velocidade, a função de distribuição de velocidade e cada pequena variação de velocidade é igual à velocidade média quadrática;
b) A soma dos produtos entre a velocidade, a função de distribuição de velocidade e cada pequena variação de velocidade é igual à velocidade média quadrática;
c) A soma dos produtos escalares entre o quadrado da velocidade, a função de distribuição de velocidade e cada pequena variação de velocidade é igual à velocidade média quadrática;
d) A soma dos produtos vetoriais entre o quadrado da velocidade, a função de distribuição de velocidade e cada pequena variação de velocidade é igual à velocidade média quadrática;
e) A soma dos produtos entre o quadrado da velocidade, a função de distribuição de velocidade e cada pequena variação de velocidade em um ciclo fechado é igual à velocidade média quadrática;
f) A soma dos produtos entre o quadrado da velocidade, a função de distribuição de velocidade e a velocidade é igual à velocidade média quadrática;
g) A soma das velocidades com as distribuições da velocidade integradas nas velocidades é igual à velocidade média quadrática;
h) Nenhuma alternativa está correta.

A integral constante na questão de número 8 tem aplicação no estudo de teoria cinética dos gases e aqui se apresenta para fins de se calcular a velocidade média quadrática de uma certa quantidade de moléculas de um gás ideal. O resultado correto é a letra a.

Resultados

Na tabela 1, apresentam-se a quantidade de alunos de Física Geral 2 que acertaram uma determinada quantidade de questões antes e depois do minicurso, representando inclusive um percentual aproximado equivalente.

No pré-teste; 28,6% dos alunos erram todas as questões, 42,8% acertaram apenas uma questão e outros 28,6% acertaram 2 questões.

No pós-teste; 7,1% dos alunos acertaram 2 questões, 14,3% acertaram 3 questões, 14,3% acertaram 4 questões, 14,3% acertaram 5 questões, 21,45% acertaram 6 questões, 21,45% acertaram 7 questões e 7,1 % acertaram todas as questões.

Antes do curso, cerca de 71% (10 alunos) dos alunos havia no máximo acertado uma questão, bem como nenhum aluno havia sequer acertado pelo menos metade das questões. Após o curso, todos os alunos acertaram pelo menos 2 questões, sendo que cerca de 79% (11 discentes) deles, desta vez, acertaram pelo menos a metade das questões.

Tabela 1- Quantidade de Acertos versus Quantidade de Alunos que acertaram antes e depois do minicurso à noite.

Número de Acertos	Número de alunos no pré-teste	Número de alunos no pós-teste
0	4 (28,6%)	0
1	6 (42,8%)	0
2	0	1 (7,1%)
3	4 (28,6%)	2 (14,3%)
4	0	2 (14,3%)
5	0	2 (14,3%)
6	0	3 (21,45%)
7	0	3 (21,45%)
8	0	1 (7,1%)

Na tabela 2, apresentam-se a quantidade de alunos que acertaram uma determinada questão antes e depois do minicurso, representado inclusive um percentual aproximado equivalente. Antes do curso, há um total de 19 acertos, ou seja, uma média de 1,4 acerto por aluno. Após o curso, há um total de 73 acertos o que confere uma média de 5,2 acertos por aluno. Percebe-se nitidamente, em termos quantitativos, um aumento na quantidade de acerto dos alunos por questão de cerca de 284%.

A melhora percentual na quantidade total de acertos por questão variou entre 66,7% na questão de número 1 (variou de 3 acertos para 5) e 1000% na questão 3 (variou de 1 para 11 acertos). Se a análise for feita levando-se em consideração a quantidade de discentes que acertaram pelo menos metade do teste antes e depois do minicurso, observa-se que antes deste nenhum deles conseguiu acertar pelo menos a metade das questões, mas após a realização 11 deles (cerca de 78,6%) obtiveram este desempenho.

Tabela 2 – Número da Questão versus Quantidade de acertos antes e depois do minicurso noturno.

Número da Questão	Acertos no Pré-Teste	Acertos no Pós-Teste
1	3	5
2	1	8
3	1	11
4	1	9
5	2	11
6	4	10
7	5	11
8	1	8

Considerações Finais

Observa-se neste artigo o desempenho dos alunos antes da aplicação do teste e após a aplicação do mesmo, mostrando que houve uma melhora na compreensão do significado das integrais que podem figurar na disciplina de Física Geral 2.

Cabe ressaltar que o texto apresentado nas alternativas do teste aplicado não seria a única maneira de apresentar as integrais. A palavra pedacinho poderia ser substituída por uma palavra mais técnica tipo *infinitesimal* por exemplo. O que importava, na realidade, era o estudante ter uma interpretação correta apenas sem formalismos excessivos.

Sugere-se aqui também uma nova proposta de avaliação de aprendizagem que integre diferentes área de conhecimento para a disciplina de Física Geral 2 baseada nas interpretações textuais, gráficas e físicas das integrais que fazem parte do conteúdo da disciplina. O objetivo é transcender as avaliações tradicionais baseadas apenas na operacionalização do conceito. Maman e Borragini (2016), por exemplo, mencionam elaboração de relatórios, por parte de estudantes, das atividades realizadas em disciplinas de Física Geral e Fundamentos de Matemática na UNIVATES para os alunos de Engenharia como uma atividade para promover o desenvolvimento da leitura e da escrita.

Por fim, ressalta-se a importância do professor mediador da aprendizagem segundo uma perspectiva histórico-cultural da educação. Afinal, segundo Rego (1995, p.115) demonstrações, explicações, justificativas, abstrações e questionamentos do docente são de suma importância na educação do aprendiz.

Referências Bibliográficas

BAKHTIN, M. Marxismo e Filosofia da Linguagem. São Paulo: Hucitec editora, 1997);

BAUER, W.; WESTFALL, G. D.; DIAS, H. Física pra Universitários: Relatividade, Oscilações, Ondas e Calor. Ed. Mc Graw Hill. Porto Alegre, 2013;

DIONÍSIO, A. P.; MACHADO, A. R.; BEZERRA, M. A. (orgs). Gêneros Textuais e Ensino. Párabola Editorial, São Paulo, 2010);

FERREIRA, J. C. Integral de Linha de Campos Vetoriais/Trabalho Realizado: Imagem de Conceito e Definição de Conceito. Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Juiz de Fora, Minas Gerais, 2013;

GOLDMAN, C.; LOPES, E.; ROBILOTTA, M. R. Um Pouco de Luz na Lei de Gauss. Revista Brasileira de Ensino de Física 3, volume 3, 1981.

GUISASOLA, J.; SALINAS, J; ALMUDÍ, J. M; VELAZCO, S. Analisis de los Procesos de Aplicación de las Leyes de Gauss y Ampere por Estudiantes Universitarios de España y Argentina. Revista Brasileira de Ensino de Física 25, 195 (2003);

IEZZI, G.; MURAKAMI, C.; MACHADO, N. J. Fundamentos da Matemática Elementar vol 8, Atual Editora, São Paulo, 2005);

JEWETT JR, J. W.; SERWAY, R. A. Física para Cientistas e Engenheiros volume 2, Tradução da 9ª edição norte-americana. Ed. Cengage Learning, São Paulo, 2017;

MACHADO, N. J. Matemática e Língua Materna (Análise de uma Impregnação Mútua). São Paulo, ed. Cortez, 1990;

MAMAN, A.S. D.; BORRAGINI, E. F. A leitura e a escrita em Disciplinas exatas. CCNEXT – Revista de Extensão, Santa Maria v.3 ed.especial. XII EIE – encontro sobre a Investigação na Escola, 2016, p.308-313. Revista do Centro de Ciências Naturais e Exatas _UFSM;

MARCHUSCHI, L. A.; Gêneros Textuais: Definição e Funcionalidade. In: BEZERRA, M. A.; DIONÍSIO, Â. P.; MACHADO, A.R. Gêneros Textuais e Ensino. 2ª edição. Rio de Janeiro: LUCERNA, 2002, p. 19-36;

MARCUSCHI, L. A. Produção Textual, Análise de Gêneros e Compreensão. Parábola Editorial, São Paulo, 2008;

MOREIRA, M. A.; KREY, I. Dificuldades dos alunos na aprendizagem da lei de Gauss em nível de física geral à luz da teoria dos modelos mentais de Johnson-Laird. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 28, n. 3, p. 353-360, (2006);

NUSSENZVEIG, H. M. Curso de Física Básica volume 2, Ed. Blucher, 5ª edição, São Paulo, 2014;

REGO, T. C. Vigotsky: Uma Perspectiva Sócio-Cultural da Educação. Petrópolis, Rio de Janeiro, Ed. Vozes, 1995:

RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; KRANE, K. S. Física 2, Quinta Edição, Editora LTC, 2003;

SANTAROSA, M. C. P; MOREIRA, M. A. O cálculo nas aulas de Física da UFRGS: Um Estudo exploratório. Investigações em Ensino de Ciências – V16(2), pp. 317-351, 2011.

STEWART, J. Cálculo volume 2. Tradução da 6ª edição Norte-Americana. Ed. Cengage Learning, 2011.

TIPLER, P. A.; MOSCA, G Física para Cientistas e Engenheiros volume 1 Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica. 6ª edição, Ed. LTC, 2009;

YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. Física II Termodinâmica e Ondas. Ed Pearson, 14ª edição, São Paulo, 2016.