GAMIFICAÇÃO DE MATERIAIS DIDÁTICOS: UMA PROPOSTA PARA A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA MODELAGEM DE PROBLEMAS FÍSICOS

Gamification of teaching materials: a proposal for meaningful learning of modeling physical problems

Thiago Machado da Costa [thiago.costa@ifb.edu.br]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília
Campus Gama – DF-480, SMA, Lote 1 CEP: 72429-005 Gama, Brasília – DF – Brasil
Maria de Fátima da Silva Verdeaux [flettere@gmail.com]
Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Universidade de Brasília
Campus Universitário Darcy Ribeiro, CEP: 70910-900 Brasília – DF – Brasil

Resumo

Este artigo aborda uma proposta didática embasada na elaboração de um material instrucional utilizando elementos dos jogos (*gamificação*) a fim de resgatar a motivação pela disciplina de física e incentivar a autonomia dos estudantes em relação ao próprio processo de aprendizagem. Foi estruturada uma sequência didática na qual estudantes interagiram com o material didático enquanto um outro grupo permaneceu assistindo a aulas tradicionais. Antes e depois da intervenção foram aplicados testes que mostraram maiores indícios de aprendizagem significativa no grupo submetido à metodologia aqui descrita.

Palavras-chave: Aprendizagem significativa. G*amificação*. Materiais didáticos. Modelagem matemática.

Abstract

This article discusses a didactic proposal grounded in designing an instructional material using elements of games (*gamification*) to rescue the motivation for the physics and encourage students autonomy in relation to the learning process itself. Was structured a teaching sequence in which students interacted with teaching material while another group stood watching traditional class. Before and after the intervention were applied tests that showed greater evidence of significant learning in the group submitted to the methodology described here.

Keywords: *Gamification*. Mathematical modeling. Meaningful learning. Teaching materials.

1. Introdução

A pesquisa relatada neste artigo mostra os resultados da aplicação de uma sequência didática conduzida com alunos do último ano do Ensino Fundamental de uma escola particular localizada na cidade de Brasília no início de 2014. O objetivo foi determinar se a articulação de elementos de jogos fornecidos pela teoria da *gamificação* poderia gerar um material caracterizado por um texto motivador e de fácil compreensão para o processo de modelagem matemática e que favorecesse a aprendizagem desse conteúdo.

A preocupação com materiais didáticos advém de estudos os quais mostram que, apesar de ter seu valor reconhecido como ciência, a física enquanto disciplina escolar é vista pelos alunos apenas como um subsídio para prestar exames vestibulares (Luz e Leal, 2007; Ricardo e Freire, 2007, Moraes, 2008; Lima, 2011). Apesar de interessantes e curiosos, os conteúdos dessa disciplina são considerados difíceis e consequentemente, desmotivadores. Ricardo e Freire (2009) entendem que as desmotivações narradas pelos alunos têm, em parte, origem nos livros didáticos, os quais caracterizam-se pela exagerada matematização que se sobreleva à compreensão conceitual dos fenômenos em estudo.

Entretanto, apesar de o livro didático ter o seu caráter atrelado à orientação de currículo e subsídio para exercícios, como indicam algumas pesquisas, acredita-se que os materiais instrucionais possam ter um papel potencial de fonte direta de aprendizagem pelos estudantes, além de favorecer seu protagonismo em relação aos próprios processos de aprendizagem na área da física (Megid Neto e Fracalanza, 2003; Núñez, 2003; Lima, 2011; Vieira e Camargo, 2013). Acredita-se que, nesse sentido, enquanto a utilização do conceito ausubeliano de material potencialmente significativo sustenta principalmente os aspectos cognitivos da aprendizagem, a *gamificação* aparece como um aporte para gerar motivação e capacidade de manipular variáveis na resolução de problemas.

2. Ausubel e a *gamificação*

Segundo Portilho (2011), a desmotivação de um estudante em relação a determinada disciplina escolar pode ser combatida por meio de materiais com informações relevantes apresentadas com forma e conteúdo atrativos. De acordo com a autora, essa prática rompe com a monotonia didática, atrai a atenção dos estudantes e, consequentemente, gera motivação. Para tanto, transpassar o sentimento de incapacidade perante os conteúdos mais difíceis pressupõe um processamento significativo do material utilizado para ensiná-los. Pensando nesse quesito, seria interessante pensar um texto que, não só se preocupe com as questões cognitivas, mas lhe associe elementos motivadores. Assim, a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) e a g*amificação* se conciliam em seus fundamentos.

Segundo Moreira (2008), a aprendizagem significativa é o processo caracterizado pela aquisição não literal de conhecimentos relevantes tanto para o indivíduo, dentro de suas ideias, como para o campo específico de conhecimento ao qual pertence a nova informação. Em suma, a TAS pressupõe que aprender signicativamente é agregar de forma generalizada a nova informação aos conceitos preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Para que isso aconteça, é necessário o uso de um material capaz de potencializar o significado lógico do conteúdo ao apresentar organização, estrutura e linguagem adequada, além de considerar a existência, na estrutura cognitiva de quem lê, de conhecimentos prévios pertinentes à aquisição do novo conceito.

Nesse sentido, a TAS sugere algumas diretrizes básicas para se pensar o aprendizado em termos da *gamificação*. Esse termo se remete, dentro do contexto educacional, à utilização dos elementos dos jogos para suscitar a mesma motivação e envolvimento dispendido por jogadores (Fardo, 2011). Dessa maneira, *gamificar* um material didático seria aplicar características e métodos usados na confecção dos jogos, desde a mecânica e estética aos pensamentos e estratégias, para orientar a análise e resolução de problemas (Koster, 2005, Fardo, 2011; Lee e Hammer, 2011). Jogar, então, consiste basicamente em escolher ferramentas adequadas para resolver um desafio de caráter cognitivo.

É possível verificar o entrelaçamento entre os dois referenciais escolhidos quando se comenta o primeiro elemento essencial do jogo: a divisão em fases. Quando um jogo é formulado, seus criadores consideram, antes de tudo, o aumento gradual na dificuldade das tarefas, de modo que as mesmas se tornem mais difíceis à medida que o jogador adquire habilidades para pensar em táticas mais elaboradas. Da mesma forma, a Teoria da Aprendizagem Significativa preconiza a organização sequencial do conteúdo, determinada pelo próprio corpo estruturante de cada área de conhecimento, a fim de utilizar conceitos prévios dos estudantes na assimilação de novos conceitos e transformação do conhecimento já adquirido. Caso os assuntos sejam organizados para que dependam espontaneamente dos anteriores, o aprendiz estrutura a rede hierárquica de subsunçores mais facilmente.

Entretanto, o encadeamento das tarefas em função da habilidade do jogador/estudante não abarca somente o viés cognitivo, mas afeta de forma direta na motivação do aprendiz em continuar o processo de aprendizagem. De acordo com Moreira (2007), a predisposição para aprender, uma das condições necessárias para que ocorra aprendizagem significativa, relaciona-se com o que já está armazenado previamente na estrutura cognitiva do aprendiz. Estudantes que dominam significativamente um conteúdo e, portanto, podem usá-lo como ancora para as novas informações, tendem a manter o engajamento para novas aprendizagens na mesma área ou áreas afins.

A teoria ausubeliana justifica a vontade de continuar aprendendo à sensação boa causada pela aprendizagem significativa. Por outro lado, Koster (2005) utiliza de preceitos da neurociência para explicar como isso ocorre biologicamente nos indivíduos em situação de aprendizagem. Na perspectiva desse autor, a sensação boa descrita pela TAS está ligada ao prazer causado pelo ato de aprendizagem, o qual tem origem bioquímica. Quando se ganha/aprende, a região do cérebro responsável pela sensação de bem-estar é ativada, formando novas redes neurais e reforçando antigas, o que equivale à transformação do que Ausubel chama de estrutura cognitiva. Em suma, aprender é divertido e incita novas aprendizagens.

Do exposto, pode-se perceber que, por estar relacionada à sensação de prazer, a aprendizagem também guarda uma relação estreita com os fatores emocionais. A TAS defende que a motivação para aprender está relacionada às emoções provocadas pelo contexto, pois estão associadas à percepção do indivíduo sobre a própria capacidade de explicar fenômenos ou resolver problemas usando apenas o aporte que já carrega em sua estrutura cognitiva. E conseguir alcançar o objetivo final, representa o triunfo em um jogo é divertido. De acordo com Koster (2005), tal diversão é resultado de um processo cognitivo causado essencialmente pelo desafio. Entretanto, até se alcançar o objetivo final, ocorrem episódios caracterizados por surpresas, estresse e atenção profunda os quais promovem uma liberação significativa de neurotransmissores e hormônios do estresse para a região cerebral responsável pelo processamento das emoções. Tais hormônios facilitam a consolidação de memória de longo prazo, aumentando significativamente a probabilidade de aprendizagem.

Nesse sentido, Simões, Redondo e Vilas (2012) justificam que a extração dos elementos dos jogos que os tornam divertidos e adaptação dos mesmos aos processos de ensino podem induzir nos estudantes desejos e motivações que levam às emoções referidas anteriormente. De uma maneira geral, pode-se dizer que na concepção de todo jogo bem-sucedido observa-se a dificuldade progressiva, ciclos de *feedbacks* rápidos, diversão, desafio, tratamento para o erro, recompensa, estética e linguagem adequados. Juntos, esses elementos proporcionam descontração, engajamento, envolvimento, atenção, reconhecimento do esforço, sentimento de conquista, entre outros inúmeros estados emocionais.

Considerar a dificuldade progressiva, representada pelas fases em um jogo, tem o objetivo de adaptar o desafio às habilidades do jogador, de modo que um problema mais geral pode ser dividido em subtarefas a fim de capacitar o jogador a prosseguir, alimentando a expectativa em completar a tarefa com eficácia. Essa divisão possibilita a criação de estratégias e uma análise mais minuciosa do problema, o que permite que o jogador saiba com mais clareza seu estado ou condição dentro do empreendimento ao qual foi submetido. Então, retroalimentando esse processo, o fornecimento de indícios de que determinada linha de raciocínio utilizada por um aluno está correta, sustenta um estado de segurança o qual estimula, inclusive, a busca por estratégias mais ousadas para resolver problemas (Kapp, 2012). Esses constantes *feedbacks*, de acordo com Lee e Hammer (2011), não só sustentam o estado de segurança em caso de sucesso em uma tarefa, como também favorece uma visão positiva do fracasso, visto que pode ser rapidamente corrigido sem comprometer o objetivo final.

Com frequência, a relação discutida anteriormente é invertida nos processos educacionais: os estudantes não podem tentar tantas vezes e a falha tem um custo alto, geralmente em forma de punições que só ocorrem no prazo final para se completar um conjunto de tarefas. Fardo (2013) sugere que essa condição pode ser alterada a partir do uso dos princípios da *gamificação* ao se estabelecer um sistema de nota incremental, atribuído ao longo de um período durante o qual serão realizadas diversas tarefas. Além de possibilitar um maior número de oportunidades de sucesso para os estudantes, o uso de *feedbacks* como estratégia de ensino viabiliza um contato maior com os conhecimentos a serem assimilados.

A defesa do uso de *feedbacks* pode induzir a ideia de que a manutenção do processo de aprendizagem tem sustentação exclusivamente externa. Entretanto, apesar de a tarefa e dos retornos virem basicamente de agentes externos, desencadeiam um estímulo interno: o desejo de continuar e vencer. Tal reação ativa a região do cérebro responsável pela sensação de bem-estar, o que, como comentado anteriormente, caracteriza a diversão, reforçando o comportamento do jogador perante o jogo ou do aluno em relação à tarefa. Da mesma forma, a teoria ausubeliana pressupõe que a motivação para aprender está relacionada à sensação agradável de ser reconhecer capaz de explicar fenômenos ou vencer um desafio usando apenas o que já se sabe. Entretanto, um jogo, ou qualquer ferramenta de aprendizagem baseada em seus elementos, não pode ser completamente previsível. Tarefas fáceis e previsíveis frustram o cérebro assim como as muito complexas e difíceis, de modo que é necessário alinhar as motivações extrínsecas às intrínsecas.

O fornecimento de tarefas caracterizadas por bons desafios aliado com reconhecimento pelo êxito na conclusão das mesmas estimula as emoções desencadeadas pelos centros neurais responsáveis pelo prazer: “Recompensas são um dos principais componentes de uma atividade de jogo de sucesso, se não há uma vantagem quantificável para fazer alguma coisa, o cérebro, muitas vezes, deixa de mão” (Koster, 2005). É bom salientar que a recompensa defendida por Koster (2005) não é caracterizada necessariamente por uma retribuição da forma de notas, mas principalmente pela validação do esforço e reconhecimento do triunfo atingido na resolução de um desafio. Em todos os casos, a forma escolhida por um professor ao adotar tais premissas deve destacar esse caráter acima de tudo, evitando o sentimento de frustração naqueles que não tiveram o rendimento desejado. Lee e Hammer (2011), assim como Simões, Redondo e Vilas 2012) e Fardo (2013), entendem que a promoção do desafio e a interação em um jogo são potencializados quando existe uma disputa acompanhada de cooperação. Segundo os autores, esses tipos de interação despertam emoções tais como alegria, curiosidade, otimismo e orgulho, as quais tornam-se a motivação que alimenta a vontade de prosseguir.

Entretanto, de acordo com Koster (2005), jogos bem-sucedidos tendem a deixar claro o local onde ocorrerão as interações descritas anteriormente, de modo a promover o que o autor chama de “sensação de espaço”. Essa percepção é promovida por metáforas e representações visuais que constituem um cenário, seja ele virtual, físico ou na forma de tabuleiro, onde se passará uma história. Dessa maneira, por meio de elementos narrativos, o contexto criado vai justificar a ação dos personagens, de modo a incorporar os objetivos da tarefa. Dentro de uma situação de aprendizagem, isso seria equivalente a responder de forma implícita à famosa pergunta “para que estou aprendendo isso?”, o que pode se constituir, portanto, como uma forma de motivação (Kapp, 2012; Fardo, 2013). Dentro dessa perspectiva, o aluno que se convence do porquê da tarefa, sente-se familiarizado com ela e não se sente tão intimidado quando a situação passa a exigir conceitos e informações advindas de um novo conteúdo.

Ao se considerar que, de acordo com a teoria de Ausubel, um aprendiz só reconhece de fato um fenômeno o qual seus conhecimentos prévios o permitem apreciar, identificar situações familiares torna-se fundamental quando um conteúdo a ser ensinado é totalmente novo. Entretanto, mais do que o reconhecimento de uma situação sobre a qual já se sabe como agir, os elementos que complementam uma narrativa, tais como imagens, sons e o próprio enredo, provocam a identificação dos jogadores por conta da experiência estética que proporcionam. Quando fala em aprendizagem, Fardo (2013) endossa que estabelecer tal apreciação sinestésica representa uma boa razão para que os estudantes canalizem sua atenção para aprender e favorece a consolidação do novo conhecimento pelo cérebro pelo apelo emocional que causam.

Visando a esse objetivo, alguns autores (Lee e Hammer, 2011; Simões, Redondo e Vilas, 2012) defendem a atribuição de papéis bem determinados aos alunos-jogadores porque essa configuração torna o ambiente escolar mais leve, permitindo que o aluno experimente diferentes lados de si mesmo sem o compromisso de modificar a própria identidade, o que pode leva-lo a mudar seus autoconceitos como estudante. Assumir esse novo papel representa uma oportunidade de conhecer aspectos pessoais em um contexto controlado ou, no caso de uma narrativa pronta, de assumir o lugar do personagem. Quando isso acontece, os estudantes passam a ter que tomar decisões sob o ponto de vista de seu avatar, o que permite ampliar a visão acerca de uma tarefa.

Fardo (2013), dentro desse contexto de “faz de conta”, sugere ainda que o vocabulário referente aos jogos seja também levado para dentro da experiência. Assim, as tarefas passam a ser missões com rápido *feedback*, fazer exercícios seria como derrotar inimigos e as notas teriam caráter incremental de acordo com pontos obtidos pelo personagem ao longo de toda a experiência de aprendizagem. Em suma, o objetivo final da aprendizagem torna-se evoluir o personagem a partir do cumprimento dos desafios colocados. Nesse sentido, verifica-se um importante papel atribuído à semântica e ao vocabulário, elementos da linguagem.

Dentro da TAS, a linguagem é considerada um fator intrínseco a qualquer ferramenta humana de percepção da realidade. Dentro desse contexto, a utilização de um vocabulário diferenciado para elementos que tradicionalmente provocam repulsa nos alunos, permite uma ressignificação desses componentes do processo de aprendizagem. Muito além disso, quando um conteúdo torna-se envolto de uma narrativa, é natural que sejam recrutados recursos linguísticos mais simples, mas que podem tornar a exposição de ideias mais claras. Sem dúvidas, as situações familiares aos alunos, o que inclui adaptar blocos e partículas para situações mais palpáveis, facilita a negociação entre a interpretação do aluno e os sentidos aceitos dentro do corpo disciplinar. Claro, mantendo-se o diálogo para que não haja compreensões equivocadas das analogias.

Do que foi dito anteriormente, pode-se concluir que os elementos que compõem as narrativas adicionam um toque interessante ao jogo. Entretanto, Koster (2005) ressalta que esses fatores são apenas acompanhamentos para o cérebro, visto que a essência do jogo não se modifica caso haja modificação nesses elementos ou mesmo sua retirada: o jogo continua ensinando os mesmos padrões subjacentes do desafio, o qual promove diversão e aprendizado. De uma forma geral, pode-se dizer, então, que existe diversão sem história, mas nunca sem o desafio. A história representa uma desculpa para que uma determinada tarefa seja colocada.

Apesar de apresentar ideias interessantes e com apostas positivas, a abordagem do processo de aprendizagem como um jogo ainda é bastante emergente dentro de um contexto de educação bastante fracassado. De acordo com Ausubel (2000), a despreocupação com o nível da linguagem, a falta de relação entre as novas tarefas de aprendizagem e com o conteúdo da estrutura cognitiva dos aprendizes, a ligação desconexa entre conteúdos que pressupõem princípios de organização e conjunção e o uso de procedimentos avaliativos que valorizam o reconhecimento de fatos isolados ou a reprodução literal de explicações submetidas ao mesmo contexto da aprendizagem inicial, sustentam um ensino que instrui verbalismos privados de compreensão e significado. Dessa forma, utilizar histórias, interação, competição e cooperação, desafios, diversão, regras bem definidas e um tratamento especial para o erro parecem ser elementos os quais os professores podem lançar mão a fim de combater a aprendizagem essencialmente mecânica.

3. Proposta didática

A proposta didática foi desenvolvida tomando-se por base as indicações relacionadas ao processo de ensino-aprendizagem trazidas pelas duas linhas de pesquisa discutidas anteriormente, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino de Física e outros estudos já feitos acerca do ensino de tópicos relacionados à modelagem e resolução de problemas. Dessa forma, não só o texto didático, mas toda a sequência de aulas foi planejada para que nelas houvessem elementos de jogos associados aos princípios da teoria da aprendizagem significativa.

O material

O texto didático (Apêndice 1) foi elaborado a partir de uma situação fictícia, mas que trata de situações comuns: os atrasos e brigas de namorados. Por meio de uma narrativa que se aproxima bastante da realidade dos estudantes, os conceitos de física foram desenvolvidos nos entremeados do texto. Esse aspecto buscou caracterizar um organizador prévio, visto que apresenta uma situação familiar aos estudantes da qual se pode, inclusive, aproveitar conhecimentos intuitivos ou que foram discutidos anteriormente em ambiente acadêmico.

Para a elaboração da narrativa, inicialmente buscou-se identificar conceitos, procedimentos e ferramentas fundamentais a serem tratados e onde seriam mais apropriadamente encaixados na trama da narrativa. Esses ajustes foram feitos afim de sintonizar a história com o conteúdo, cujos objetivos basearam-se principalmente nas competências descritas nos PCN as quais estão relacionadas à comunicação da ciência e uso da linguagem da física por meio da articulação de códigos e símbolos.

Simões, Redondo e Vilas (2012) propuseram em seu trabalho uma relação entre as características que compõem a mecânica dos jogos, as quais foram discutidas anteriormente, com a dinâmica que implicam. A partir desse modelo, foi possível montar uma tabela relacionando cada elemento da mecânica dos jogos a componentes que poderiam ser inseridos no material didático a fim de proporcionar as mesmas experiências (Tabela 1).

Após o estabelecimento das características do texto, o mesmo foi editado e revisado até que se chegou ao formato a ser aplicado para a turma, o qual encontra-se no anexo 4. A partir de sua elaboração, as aulas foram planejadas de acordo e encontram-se descritas a seguir.

Tabela 1: Relação entre os elementos da mecânica dos jogos e os elementos inseridos no material didático

Mecânicas do jogo	**Elementos inseridos no material didático**	**Objetivo**
Pontos	Estrelas de adesivo	Recompensa por completar uma missão
Níveis	Divisão do capítulo em missões	Aumento gradual de dificuldade e geração de *feedbacks* rápidos
Troféus, medalhas e conquistas	Prêmio final a ser combinado com a turma	Reconhecimento de esforço e sentimento de conquista
Diversão	Desafios, caça-palavras, completar lacunas	Descontração e engajamento
Linguagem	Palavras conhecidas e diálogos	Inteligibilidade e incentivo à autonomia na leitura
Narração	Enredo	Envolver, causar emoção e captar

		atenção
Tabela de classificação	Quadro de missões completadas	Competição
Avatar	Personagens humanos	Enxergar o problema como se fosse o personagem / identificação
Design	Organização de textos e uso de elementos gráficos	Experiência estética

As aulas

Diante da proposta de utilizar os elementos dos jogos para compor as situações de ensino e aprendizagem, buscou-se instituir um espaço de jogo no período da intervenção. Assim, foi planejada uma divisão da sala em grupos nos quais os componentes trabalhariam em regime de colaboração interna, entretanto competiriam com outros grupos na execução das tarefas. O objetivo era que o grupo incentivasse os seus componentes a entregarem as tarefas propostas, as quais foram alcunhadas de “missões” para se relacionarem à linguagem dos jogos.

Como forma de incentivo individual para os que finalizaram as tarefas, instituiu-se um distintivo a ser colado ao final de cada porta-fólio enviado com missão para casa. Foram utilizados, então, adesivos na forma de estrela. A recompensa para o grupo acontecia apenas quando todos os componentes entregavam a tarefa, ocasião na qual o mesmo ganhava uma estrela no quadro geral de missões, o qual tinha o papel de marcar o desempenho dos grupos.

As missões foram resultado dos pressupostos obtidos da *gamificação*, a qual propõe que a aprendizagem deve ser feita em um contexto, o qual pode ser uma história, e deve ser dividida em muitas etapas/fases para permitir o fornecimento *feedbacks* contínuos. Por conta disso, foram planejadas quatro tarefas a serem realizadas em casa entre duas aulas de física. Juntas, as missões compuseram um módulo didático.

A intervenção foi feita em três momentos: um pré-teste a fim de analisar os conhecimentos prévios dos estudantes, a aplicação da sequência didática para o grupo experimental e as aulas expositivas sem a disponibilização do material instrucional para o grupo controle, e um pós-teste, igual ao inicial, com o objetivo de verificar as diferenças em relação ao início. A distinção entre as aulas dos dois grupos consistiu, fundamentalmente, no estilo de material didático utilizado e a forma de cobrança desses materiais de modo que os conteúdos foram os mesmos e os exemplos dados em sala foram formulados de acordo com as mesmas intenções de aprendizagem.

Com base na premissa de Ausubel de que a aprendizagem por recepção é uma maneira eficiente de estimular a mudança na estrutura cognitiva dos estudantes, as aulas focaram a aprendizagem por recepção. É importante frisar que esse tipo de aula não implica necessariamente em aprendizagem passiva. Assim, mesmo que a descoberta não tenha sido foco na metodologia, os estudantes eram impulsionados a participar das discussões propostas pelo professor, principalmente porque essa maneira permite identificar os conhecimentos prévios os quais seriam utilizados como base para ensinar os novos conceitos.

Também seguindo as premissas fornecidas pela teoria da aprendizagem significativa, as aulas foram organizadas em uma sequência para que se pudesse tirar o maior proveito dos encadeamentos conceituais inerentes ao conteúdo trabalhado. Dessa maneira, partiu-se de situações familiares aos estudantes para, aos poucos, agregar a elas os conceitos introduzidos pela unidade didática. Por último, houve a preocupação em conduzir as atividades de forma agradável a fim de motivar o desejo dos estudantes em aprender, atendendo a uma das condições que ocorra aprendizagem significativa.

4. Metodologia

Para explorar o problema descrito na introdução, escolheu-se o método de investigação experimental a fim de levantar indícios de aprendizagem significativa dos estudantes após serem submetidos a uma metodologia de ensino baseada na *gamificação*. O grupo amostral foi composto por 70 alunos de duas turmas de 9º ano do Ensino Fundamental com faixa etária média de 14 anos, de uma escola particular da cidade de Taguatinga, cidade satélite do Distrito Federal. Cada uma das turmas foi designada aleatoriamente para compor um grupo controle (GC) e um experimental (GE).

É necessário apontar que os estudantes já possuíam certo grau de familiarização com a Física, visto que a disciplina é ministrada desde o 8º ano na referida instituição de ensino a partir da abordagem de tópicos tais como noções de cinemática escalar, o estudo das trocas de calor e as transformações da energia. Em relação ao domínio dos conteúdos de Matemática, nas turmas participantes já haviam sido trabalhadas as ideias de proporcionalidade, equações do 1º grau e representações no plano cartesiano. Entretanto, foram observadas dificuldades no uso de tais ferramentas nas respostas analisadas no teste aplicado antes do início da aplicação da sequência didática. Essa é descrita a seguir juntamente com a explanação acerca de cada instrumento de pesquisa utilizado.

1º Encontro: Esclarecimentos

No primeiro dia de aplicação da sequência didática, na classe do grupo que participaria da intervenção didática proposta, os alunos foram informados, sem detalhamento, que seria desenvolvida uma metodologia de trabalho diferente e que, para isso, deveriam formar grupos. Foi explicitado que essa formação foi feita com o objetivo de que os componentes do grupo colaborassem entre si de modo a não esquecerem de levar resolvidas para a sala as “missões” que receberiam a partir da aula seguinte.

Após a formação dos grupos, para os quais não foi estabelecido número mínimo de componentes, mas um máximo de cinco, foi avisado às onze formações que, caso o grupo todo tivesse lido e feito todo o material entregue, então receberiam, para cada missão completada, uma estrela para o grupo, a qual seria afixada no quadro de missões. Os estudantes mostraram-se empolgados com o estabelecimento da competição entre eles e já combinavam estratégias para lembrar os colegas de levar os porta-fólios feitos para as aulas.

2º Encontro: Pré-teste

A escolha pelo teste constituído de 7 itens de múltipla escolha para avaliação da aprendizagem significativa se deu com base no pressuposto de Luckesi (2006), o qual defende que, para avaliar a aprendizagem conceitual de conceitos de física ou matemática, é necessário tomar indicadores específicos do raciocínio dessas disciplinas, os quais não são fornecidos pela observação das condutas sociais dos estudantes. Entretanto, é necessário salientar que as respostas geradas são pertinentes ao seu contexto de produção, de modo que a análise estatística pura dos dados obtidos nos testes não podem, evidentemente, garantir a ocorrência, ou não, de aprendizagem significativa. Assim, é necessário aliar a quantificação de dados à interpretação qualitativa para a construção inferencial acerca do objeto de estudo.

No segundo encontro, então, aconteceu a aplicação surpresa dos pré-testes nas duas turmas a fim de coletar dados sobre as dificuldades iniciais apresentadas pelos alunos e estabelecer um parâmetro de comparação para mensurar os efeitos gerados pela intervenção didática. Atendendo à premissa de Ausubel de que evidências da aprendizagem significativa são mais observáveis quando há máxima transfomação do conhecimento, o teste foi composto de questões que cobravam o mesmo conteúdo, mas em contextos diferentes daqueles tratados nas aulas posteriores. Tal cuidado foi tomado porque, ao final da intervenção, o teste seria reaplicado a fim de verificar possíveis diferenças de aprendizado entre os dois grupos.

Anterior a distribuição do teste, foi explicado aos estudantes que o mesmo não tinha como objetivo a atribuição de nota pela quantidade de acertos, de modo que não haveria necessidade de cola, mas que deveriam fazer com sensatez haja vista que seriam medidos seus conhecimentos prévios. Foi possível perceber que a maioria dos estudantes respondeu às perguntas com seriedade, em ambas as turmas. No final da aula, o Grupo Experimental recebeu a primeira parte do material instrucional elaborado. A primeira missão levada pelos grupos para casa deveria ser lida e respondida por todos os componentes até a próxima aula de física, a qual se deu na semana seguinte.

3º Encontro: Problematização, métodos e modelos

O terceiro encontro teve o objetivo de introduzir os métodos de modelagem matemática de problemas físicos. Entretanto, antes de iniciar a problematização, na classe do GE o professor conferiu quais estudantes haviam cumprido a missão para casa, distribuindo uma estrela grande para aqueles que fizeram e afixando uma estrela no quadro de missões para os grupos dos quais todos os componentes realizaram a tarefa. Esse procedimento foi realizado em todos os encontros.

A intenção principal da aula era que os estudantes desenvolvessem um modelo simplificado de um problema a partir da utilização de alguns métodos de modelagem. Os estudantes deveriam levantar hipóteses acerca de fatores que poderiam influenciar no tempo gasto por um homem desde a hora que começa a se arrumar até a hora que chega à casa da namorada. Logo depois, as ideias de aproximação e simplificação foi trabalhada quando buscou-se juntar em categorias mais gerais os vários fatores considerados relevantes pelos estudantes e descartados aqueles julgados praticamente desprezíveis.

A aula terminou com o questionamento: "como o tempo total se relaciona com todos esses tempos que sobraram?". Os estudantes prontamente responderam que o tempo total seria a junção de todos eles. A partir daí, o professor deixou para casa a tarefa de escreverem essa resposta algebricamente. Nessa ocasião, o GE recebeu a segunda missão para casa.

4º Encontro: Relação entre grandezas

O objetivo principal da aula era fazer com que os estudantes articulassem códigos e símbolos na representação das grandezas envolvidas em no problema introduzido no encontro anterior e expressassem as relações de dependência entre elas na forma algébrica. Assim, a pergunta deixada na aula anterior foi utilizada para iniciar a discussão. Alguns estudantes, em ambas as turmas, sugeriram a escrita da expressão matemática utilizando os símbolos operatórios (=, + e -), porém com palavras inteiras para expressar as variáveis.

O fato de tentarem escrever a expressão praticamente por extenso foi utilizado para introduzir a indexação de variáveis: "e se tivéssemos que escrever essa expressão várias vezes?". Alguns sugeriram abreviar ou só usar a primeira letra. Contudo, como todas as variáveis se referiam a tempos, o professor propôs que usassem a letra **t** para tempo, indicando a grandeza medida, e um índice subscrito. Assim, estabeleceu-se a sentença matemática que relacionava os tempos. Sua coerência com o problema proposto foi testada a partir de questionamentos do tipo: “o que acontece com o tempo total quando o tempo para se arrumar aumenta?”.

A partir das respostas dadas à pergunta anterior, foi definido o conceito de variável e foram feitas algumas substituições hipotéticas nos valores do tempo para que entendessem que, ao contrário do que acontecem nas equações, nas funções as letras podem assumir valores diferentes de acordo com o que se deseja saber. Depois disso, a aula terminou e os estudantes levaram para casa outros tipos de problema para modelarem matematicamente. O GE ainda levou a terceira apostila do material instrucional elaborado.

5º Encontro: Representações para a relação entre variáveis

O objetivo do 5º encontro era que os estudantes compreendessem as diferentes formas de representar relações entre grandezas, bem como perceber suas potencialidades e limitações. Nas duas turmas foram utilizados incialmente exemplos que geraram expressões em duas variáveis, as quais tiveram alguns valores relacionados em uma tabela. Os estudantes foram indagados sobre o que aconteceria com uma variável quando a outra aumentava ou diminuía, bem como sobre a coerência em relação aos problemas que geraram as funções. Os dados representados na tabela foram posteriormente passados ao plano cartesiano, para o qual foram discutidos os formatos das curvas geradas em função das relações matemáticas estabelecidas e da coerência com os problemas geradores.

Em seguida, foi utilizado um problema com três variáveis, sendo uma delas fixada, de modo que somente as outras duas poderiam assumir valores diversos. Foi perguntado para os estudantes se, com uma variável pré-determinada, a função continuaria sendo genérica. Alguns estudantes menos vergonhosos responderam que não, pois um valor já havia sido determinado. A partir dessa fala, o professor comentou acerca de funções específicas.A tabela e o gráfico do problema foram construídos após substituição de valores na função discutida, gerando algumas equações de 1º grau.

No final, o professor ressaltou a importância de saber intercambiar as formas de representação para compreender os problemas, visto que saber representa-los na diversas linguagens pode, vez ou outra, servir para orientar a escolha da ferramenta de análise que torna o problema mais claro. Depois disso, foi pedido para que os estudantes fizessem em casa para um outro problema os procedimentos realizados. Para o Grupo Experimental, foi entregue a terceira remessa do material elaborado.

6º Encontro: Generalizando o que foi trabalhado

Após o processo rotineiro de conferência das missões na turma experimental, o sexto encontro começou nas duas turmas com o objetivo de utilizar todas as ferramentas já aprendidas. Incialmente o professor partiu do senso comum dos estudantes para explorar a relação entre distância, tempo e velocidade afim de que se estabelecesse a relação de causa e efeito entre as variáveis e modelar matematicamente essa dependência. Como o ponto de partida foram os conhecimentos prévios dos estudantes, foi possível discutir com eles a coerência entre a representação matemática deduzida e o que acontece concretamente a fim de validar o modelo. A partir das sentenças geradas nessa conversa, foram explorados o significado do sinal de igualdade e as várias maneiras de escrever algebricamente uma função, bem como as unidades de medida equivalentes relacionadas às grandezas envolvidas.

Ao final da aula, o professor reforçou a importância de relacionar tabelas, gráficos e expressões matemáticas. Os gráficos, em especial, foram apresentados como ferramenta que possibilita aproximar valores sem a necessidade de calcular todos eles e a avaliação da coerência entre os dados do problema e a curva obtida foi feita a partir do cálculo das funções para alguns pontos, os quais foram conferidos na representação cartesiana. Por fim, os estudantes do GE foram lembrados de que, na aula posterior, os grupos que não realizaram todas as missões poderiam apresenta-las, entretanto com valor menor em relação àquelas entregues nas datas corretas.

7ª Aula: Conclusão da proposta

A aula começou com breves comentários acerca dos exercícios passados para casa, iguais para os dois grupos. Entretanto, na sala do GE, parte da aula foi utilizada para que fossem conferidas as missões dos grupos que quiseram reapresentar para entregar os prêmios aos quatro grupos que terminaram empatados com todas as missões completadas nas datas corretas. Com o tempo restante, os estudantes do GE responderam a um questionário de opinião acerca do material instrucional utilizado e da maneira como o professor conduziu as aulas desde o início da proposta. Foi mantido o anonimato dos estudantes na esperança de que fossem os mais sinceros quanto possível.

Esse último instrumento de pesquisa foi utilizado com o objetivo de coletar informações mais subjetivas acerca da proposta conduzida pelo professor/pesquisador. As questões foram, em sua maioria objetivas, de modo que os estudantes deveriam definir o nível de concordância com sentenças pré-estruturadas em função da hipótese. Acredita-se que a avaliação qualitativa da proposta didática, em termos genéricos e nos aspectos específicos que a diferencia das demais, permite que os estudantes façam seu próprio juízo de valor acerca da eficácia do material.

8º Encontro: Pós-teste

O último encontro consistiu na aplicação do pós-teste. O pós-teste foi composto pelas mesmas questões do pré-teste com o objetivo de que se pudesse comparar a ocorrência de evolução no conhecimento dos estudantes e possíveis indícios de aprendizagem significativa no GE e no GC, os quais foram conduzidos com propostas didáticas diferentes.

Da mesma forma como foi feito no início da pesquisa, os testes foram aplicados nas duas turmas em horários seguidos, sem intervalo no meio para evitar possíveis comentários. A média de tempo para responder aos itens propostos foi ligeiramente superior à do pré-teste, de modo que alguns estudantes, inclusive, ultrapassaram até cinco minutos dos cinquenta destinados à aula.

É necessário ainda informar que houve trocas de turma no período da intervenção e, por isso, alguns estudantes que compunham inicialmente o GC, responderam ao pós-teste na turma do GE, e vice-versa. Alguns também chegaram de férias após a aplicação do pré-teste. Evidentemente, os dados fornecidos pelos testes de tais estudantes não foram considerados na apuração dos resultados, sendo separados antes da contagem das respostas.

5. Análise dos resultados

Com auxílio de análise estatística aliada à interpretação qualitativa, os dados obtidos dos testes foram analisados a fim de se inferir alguma correlação entre a proposta didática aplicada e a aprendizagem significativa do conteúdo de modelagem matemática de problemas físicos. Para tanto, foram considerados os objetivos de cada item para se analisar também algumas respostas incorretas as quais foram marcadas com uma frequência maior. Alguns questionários foram desconsiderados porque houve estudantes que não compareceram a algum dos testes ou mudaram de turma durante a intervenção didática. A amostra final totalizou 27 testes para o Grupo Experimental e 28 para o Grupo Controle, totalizando 55 estudantes.

A Tabela 2 mostra de forma resumida os resultados obtidos nos dois testes relacionando com os objetivos de cada questão. A partir da comparação do desempenho do GC e do GE no pré-teste, observa-se que, em relação ao número de respostas corretas, o primeiro supera o segundo em três itens, sendo que essa diferença na porcentagem não ultrapassa 20% em nenhum deles. Em contrapartida, GE também supera GC em três itenscom diferença de porcentagem importante apenas em um deles (36%, para o item 7). No item 6, os dois grupos tiveram porcentagens de acerto iguais.

Tabela 2: Média geral de acertos no pré e pós-teste para GC e GE

Item	Objetivo	Resultados			
		Pré-teste		Pós-teste	
		% Acertos GC	% Acertos GE	% Acertos GC	% Acertos GE
1	Formular algebricamente a relação entre variáveis de um problema escrito	43	39	50	50
2	Representar uma relação de dependência na forma de tabela	57	39	71	75
3	Identificar e substituir as variáveis dentro de um problema já modelado	25	37	32	37
4	Determinar função que modela problema representado graficamente	4	0	11	7
5	Estabelecer relação algébrica entre grandezas relacionadas na forma de tabela	36	39	43	68
6	Determinar uma quantidade a partir da articulação do gráfico e da relação algébrica entre variáveis	32	32	43	43
7	Relacionar grandezas a partir de pares ordenados de um gráfico	32	68	50	75

Percebe-se que as diferenças entre os grupos acabam se compensando em termos estatísticos, o que revela uma diferença desprezível entre ambos, de modo que podem ser considerados razoavelmente equivalentes em termos de conhecimentos prévios. Esse caso pode advir do fato de mais de 70% dos estudantes que participaram da pesquisa serem estudantes da mesma instituição de ensino há, pelo menos, três anos, ou seja, provavelmente foram conduzidos a um mesmo nível de conhecimentos prévios.

Partindo-se dessas constatações, a análise dos resultados recai principalmente sobre a comparação dos resultados obtidos por GC e GE após a aplicação da proposta didática. É necessário, pois, avaliar o ganho de aprendizagem de cada grupo, de acordo com o objetivo de cada questão, para que se pondere a contribuição do material didático instrucional no alcance desses objetivos.

A Tabela 2 mostra ainda que a equivalência entre os grupos não se manteve após a intervenção. Para todas as questões analisadas, o GC só superou o GE em um item, o qual, inclusive, teve índice de acertos baixíssimo. O item tratava de uma função de segundo grau, que não foi abordada especificamente nem em aula, nem no material. Como a situação do problema divergiu bastante das apresentadas em sala para os dois grupos, a análise das respostas para a terceira questão não fornece dados suficientes para se supor uma diferenciação no ganho de aprendizagem significativa quando se quer comparar a evolução entre o GC e o GE. Contudo, esse ganho pode ser suposto quando se percebe, nos manuscritos de resolução dos problemas, que o conteúdo não foi memorizado literalmente por todos os estudantes (Figura 1), pois conseguiram transpô-lo para uma situação diversa das apresentadas previamente.

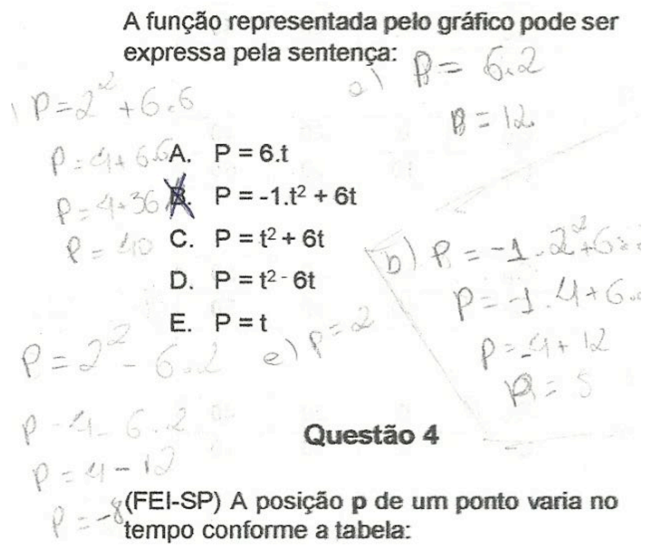


Figura 1: Anotações feitas por uma aluna do Grupo Experimental para o item 3.

O índice máximo de acertos de cada grupo também é um fator a ser analisado. No GC, esse número chegou a 71% no item 2, no qual o GE também apresentou seu maior índice, de 75%. Entretanto, esse índice de GE se repetiu para o item 7, no qual o GC obteve somente 50% de acertos. Entretanto, para o item 7, pode-se supor uma superioridade do GE sobre o GC na ocasião do pré-teste, visto que se diferenciavam por 38% em respostas corretas. Esse resultado mostra que os conhecimentos prévios dos dois grupos em relação aos objetos de conhecimento cobrados na questão eram díspares. Por conta disso, é necessário também avaliar o crescimento relativo dos acertos tanto no contexto geral, como em cada item em especial, haja vista que representavam objetivos diferentes.

A Tabela 3 mostra a média percentual de acertos para os dois grupos no pré e no pós-teste, bem como o aumento relativo de cada turma. Pôde-se observar uma diferença significativa no aumento relativo entre os grupos. O GE apresentou um crescimento de 9 pontos percentuais a mais que o GC, o que representa uma diferença de crescimento de aproximadamente 30%. Esses resultados sugerem que os estudantes que compuseram o GE assimilaram mais o conteúdo em relação aos estudantes do GC. Entretanto, apesar de melhores resultados estatísticos, a análise da aprendizagem significativa merece um pouco mais de cuidado. Para tanto, buscou-se registros das resoluções apresentadas pelos estudantes nos testes.

Tabela 3: Média geral de acertos no pré e pós-teste para o GC e o GE.

	Controle	Experimental
Pré-teste	33%	38%
Pós-teste	42%	52%
Aumento relativo	30%	39%

Mesmo que não tenha sido exigido registro do raciocínio para resolver as questões, foram encontradas resoluções nos testes dos dois grupos, entretanto em um número maior no GE. Os estudantes desse grupo evidenciaram mais o raciocínio utilizado, além de utilizarem diferentes estratégias e ferramentas para resolver os itens, como mostram a Figuras 2 e 3.E mesmo para respostas incorretas, os estudantes da turma submetida à intervenção didática demonstraram lógica em suas resoluções, como pode-se exemplificar com a Figura 4. Nesse item, o aluno marcou a alternativa coerente com o seu raciocínio. Apesar da interpretação incorreta, a tradução algébrica foi feita de forma coerente.

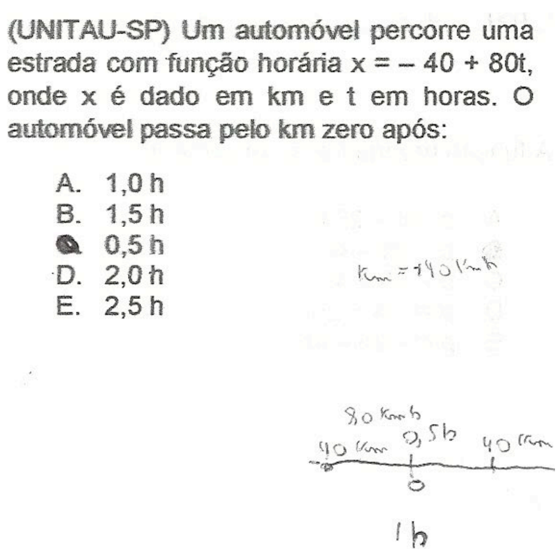


Figura 2: Pós-teste de um aluno do Grupo Experimental que, a partir da função horária, desenhou a trajetória, identificou a posição de início e após uma hora, considerando a velocidade do carro. Pela forma de representar, percebeu que, em meia hora, o automóvel estaria no quilômetro zero.

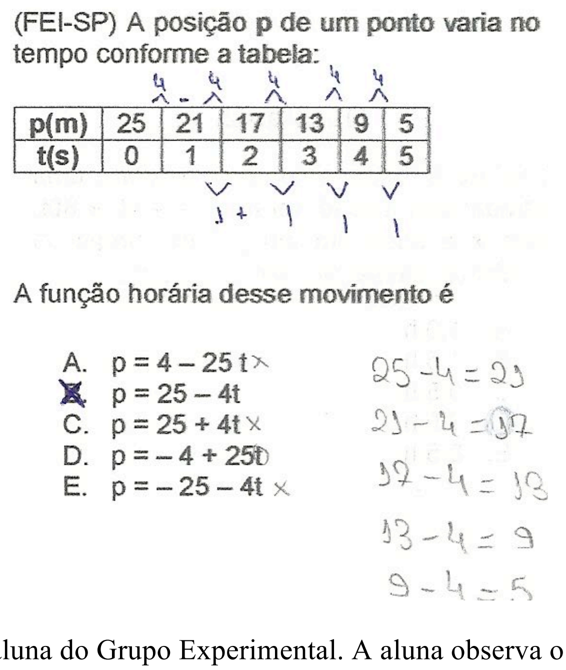


Figura 3: Resolução de uma aluna do Grupo Experimental. A aluna observa o padrão da tabela ao demarcar a variação padrão nas variáveis e, além disso, confere a resposta fazendo substituições.

Pelas resoluções mostradas, as quais ilustram uma situação recorrente nos testes do GE, pode-se supor uma superioridade desse grupo no que diz respeito à organização de ideias e mobilização de diferentes estratégias de resolução dos problemas. Os registros indicam uma maior generalização dos conceitos, externalizados para a forma escrita a fim de auxiliar a interpretação dos itens. Esse procedimento pode levar à inferência de que os estudantes do GE se tornaram mais proficientes na regulação da própria estrutura cognitiva quando comparados aos estudantes de GC. Pode-se supor que essa autonomia de pensamento foi produzida pelo fato de os alunos que participaram da intervenção terem resolvido as missões em casa sozinhos antes das aulas.

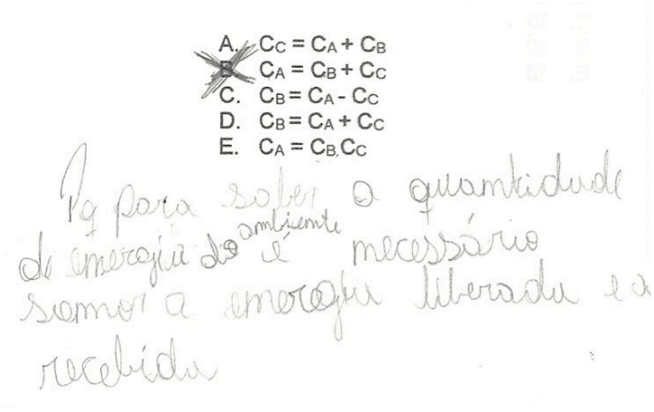


Figura 4: Resposta e justificativa dada por um aluno do Grupo Experimental. A alternativa marcada apresenta uma função compatível com a interpretação equivocada do problema.

Finalmente, sobre os resultados obtidos nos testes, foi possível analisar ainda a diferenciação entre os grupos em relação a cada item. De acordo com o Gráfico 1, não houve queda no número de acertos para nenhum dos grupos, somente a manutenção do número de acertos para o item 1 no GC e para o item 3 no GE. Para o item 4, o número de acertos continuou baixo devido ao nível de dificuldade da questão, entretanto, em termos relativos, foi o item que mais cresceu. Isso revela que, para ambos os grupos, houve estudantes que consideraram a possibilidade de utilizar uma função não familiar para modelar o problema proposto.

Ao se comparar os crescimentos relativos no número de acertos dos dois grupos, é possível notar que o grupo submetido à proposta didática da gamificação superou expressivamente o grupo que assistiu a aulas tradicionais em quatro itens e foi superado somente em dois. Mesmo assim, para o item 1, o GE já havia apresentado um elevado número de acertos no pré-teste, de modo que não havia possibilidades consideráveis de que superasse o GC no pós-teste.

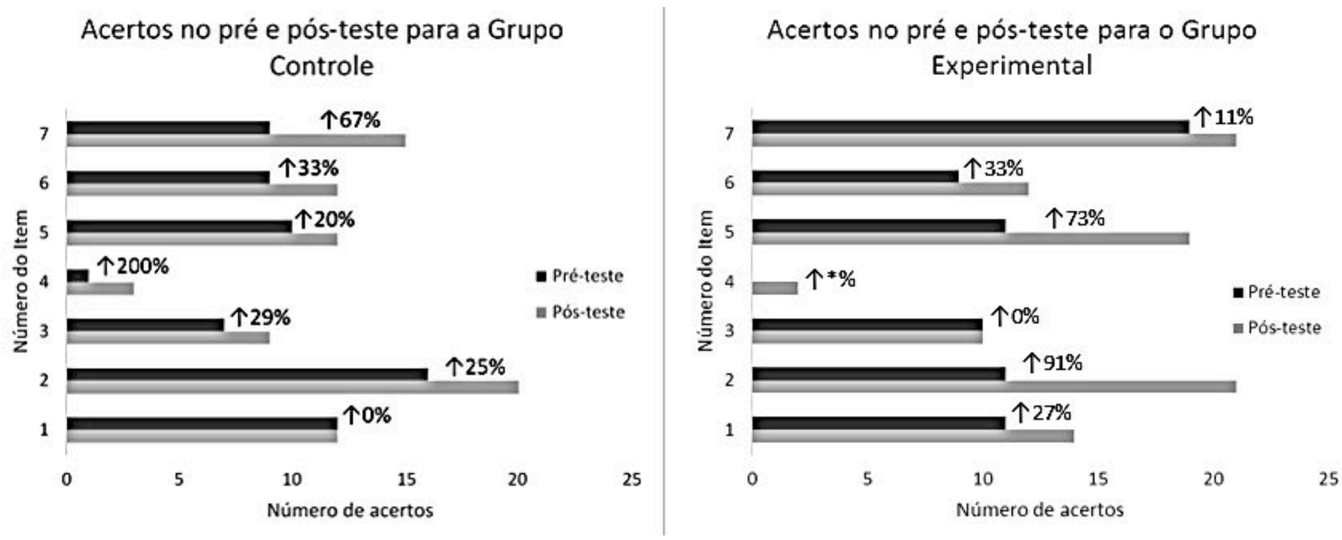


Gráfico 1: Número de acertos referente a cada item para o Grupo Controle e o Grupo Experimental no pré e no pós-teste.

Chama-se atenção para os resultados obtidos para os itens 1, 2 e 5. Nesses itens, os GE obteve 27%, 91% e 73% de aumento no número de acertos, respectivamente, enquanto o GC cresceu 0%, 25% e 20%. Isso demonstra uma evolução bastante díspar em relação aos dois grupos.

Analisando os objetivos desses itens (Tabela 2), pode-se inferir que os estudantes que compunham o GE mostraram, após a intervenção, uma maior proficiência em fazer generalizações na forma matemática, principalmente a partir da representação em tabelas. Esse fato pode ter sido gerado pela ampla abordagem feita usando essa representação nas missões resolvidas pelo GE, o que pode ter favorecido o desempenho maior desse grupo. Entretanto, de qual quer maneira, esse resultado pode indicar engajamento desses estudantes em relação ao material, haja vista que, em sala de aula, as tabelas foram utilizadas o mesmo número de vezes nas duas turmas.

Em vista das comparações feitas acerca dos resultados dos dois grupos nos testes de conhecimento, foi possível perceber desempenho geral perceptivelmente superior pelo GE. Embora não se possa elementos para garantir a ocorrência de aprendizagem significativa, a quantidade de acertos do grupo somadas a uma apresentação explícita de um raciocínio mais claro e organizado para resolver as questões sugere que a aquisição de conhecimento superou a aprendizagem meramente mecânica. Independente disso, a proposta de conduzir a aula a partir de um material diferente do usual ajudou os alunos a adquirirem novos conhecimentos de forma eficaz, como os próprios estudantes revelaram no questionário de opinião aplicado no último dia da proposta.

As sentenças do questionário de opinião foram sistematizadas para que se pudesse avaliar que elementos da *gamificação* foram positivos na motivação e aprendizagem dos estudantes. 91% dos deles concordou que o uso de um enredo mantém a motivação e atenção, 88% concordaram que as situações propostas tornaram o conteúdo mais palpável e 85% sentiu que a mesclagem do conteúdo com a história permite que eles passem mais tempo na leitura sem entediar-se. Dessa maneira, pode-se supor que o possível apelo emocional fornecido por esse elemento de jogo gerou motivação nos estudantes para a leitura sem que ficassem cansados.

A motivação para a leitura também foi estimulada pelo uso de uma linguagem mais familiar no material. De acordo com 91% dos estudantes do GE, esse aspecto tornou maior a compreensão do conteúdo. Apesar disso, 70% dos estudantes opinaram que acham possível compreender o material sem ajuda de um adulto instruído. Dessa forma, é possível inferir que, apesar de ter tornado o texto mais inteligível, a linguagem utilizada não implicou em autonomia de leitura para todos os estudantes. Entretanto, de uma forma geral, houve uma boa validação dos estudantes em relação a esse aspecto.

No que diz respeito à estrutura do material didático, principalmente em relação ao *layout* adotado, 100% dos estudantes acharam válido o uso dos diálogos e de setas explicativas para tornar o conteúdo mais compreensível, sendo que 85% concordou que a disposição das imagens e do texto de forma diferente do convencional possibilitaram uma apresentação mais motivadora à leitura. Esses resultados sugerem que o material apresenta elementos os quais podem caracteriza-lo como potencialmente significativo. Sua estrutura e organização, além da exploração de recursos diversos dentro de um contexto verossimilhante, contempla os aspectos discutidos no referencial teórico no que diz respeito a facilitar a associação do conteúdo contido no material à estrutura cognitiva do estudante.

Em relação à opinião dos estudantes acerca da proposta como um todo, buscou-se saber a opinião dos mesmos acerca de elementos de jogos inseridos na dinâmica pedagógica, como a preparação, a interação e a formação de grupos, os sistemas de recompensas e os desafios, o interesse que sequência didática os proporcionou e a aprendizagem que julgaram ter durante a intervenção. Enfim, buscou-se analisar se toda a metodologia foi validada pelos estudantes.

94% dos estudantes de GE concordou que a leitura prévia do material facilitou a compreensão da aula dada pelo professor. A estratégia de distribuir o material antes da aula, além de se tratar de um modelo de “preparação” quando se fala em jogos, também dialoga com a ideia de organizador prévio proposta pela teoria da aprendizagem significativa. Além disso, 91% deles concordou que a formação de grupos motivou essa leitura prévia e também a realização das tarefas propostas, ajudado pelas recompensas individuais na forma de estrela adesiva, prática a qual foi fator de motivação para 76% dos estudantes. Esse último dado leva à inferência de que mesmo os reconhecimentos mais simples fazem os efeitos motivacionais relatados por Koster (2005). Esse empenho demonstrado atende, assim, a uma das três condições para ocorrência de aprendizagem significativa.

Acerca da própria postura dos estudantes perante às aulas, 91% dos estudantes afirmou que assistiu às aulas com interesse, o que implica também em mobilizar a atenção.Interpretando o fato sob a perspectiva ausubeliana, pode-se inferir que os estudantes estavam interessados porque para eles o que estava sendo exposto era significativo, ou seja, era possível estabelecer uma relação entre os novos conceitos com aquilo que já sabiam. Partindo do pressuposto defendido por Koster (2005) sobre a seletividade da mente, a atenção despertada dá indícios de que a condução das aulas colaborou para que os estudantes reconhecessem a importância do conteúdo a partir de um envolvimento sem esforço.

Finalmente, a maioria absoluta dos estudantes (94%) preferiu a metodologia utilizada em detrimento dos métodos tradicionais de ensino. Esse resultado ratifica o que Moreira (2007) argumenta sobre a aprendizagem por recepção, visto que, mesmo utilizando elementos característicos do ensino tradicional, como livro e quadro, os estudantes não enxergaram a proposta dessa forma. Acredita-se que tal fato tenha ocorrido porque foi considerado importante desenvolver os conhecimentos prévios dos estudantes por meio de um organizador prévio e preocupou-se com a interação, o sequenciamento e a linguagem. Esses aspectos desvinculam a aprendizagem expositiva da memorização arbitrária, visto que a própria exposição feita pelo professor concebeu um ambiente de interação e diálogo.

Mas resta discutir o mais importante: houve aprendizagem? Apesar de os testes de múltipla escolha terem sido avaliados, sabe-se que não são prova irrefutável de que ocorreu aprendizagem e tampouco de que essa aprendizagem foi significativa. A consciência do estudante acerca de seu processo de aprendizagem parece, assim, um bom indicador para ser considerado. 91% dos estudantes acreditaram ter entendido o conteúdo, sendo que mais da metade da turma (62%) concordou totalmente que compreendeu os conceitos ensinados. Esse número mostra que, no mínimo, a autoimagem dos estudantes parece bastante positiva com os resultados percebidos em seu aprendizado após a intervenção, visto que essa opinião destoa dos resultados dos testes.

Apesar de alguns estudantes não terem tido um bom desempenho nos testes, isso não invalida a hipótese de ter ocorrido aprendizagem significativa, haja vista que avaliar somente os dados estatísticos vai contra o que prega a teoria da aprendizagem significativa. De acordo com Moreira (2006), se há ocorrência de aprendizagem significativa, o aprendiz sente-se bem e se mostra predisposto a conhecer novos conhecimentos na mesma área, o que parece ter ocorrido. Dessa forma, a autossatisfação dos estudantes, suposta a partir dos dados anteriores, somadas com a análise das resoluções deixadas nos rascunhos, apesar de não ser prova da ocorrência de aprendizagem significativa, de certa forma fornece bons argumentos para inferir sua ocorrência.

Em geral, foi possível perceber uma boa avalição dos estudantes em relação à proposta, com destaque para alguns aspctos, como corroboram os comentários deixados pelos estudantes no questionário de opinião:

- *"Foi interessante e divertido aprender dessa forma."*

- *"Descontraído, novo. Achei mais fácil o entendimento, para compreender e estudar, mais descontraído."*

- *"Isso incentiva o nosso interesse. É mais fácil claro de entender e a aula é mais divertida."*

- *"O processo desse material didático estimulou mais a aprendizagem dos estudantes e despertou mais interesse."*

- *"Gostaria que todos os professores trabalhassem assim. Além disso, me envolvi emocionalmente na história."*

- *"O conteúdo ficou bem mais fácil de entender, e a forma como o material foi feito nos motivou a ler mais. A linguagem e os exemplos da vida real foram muito positivos também."*

- *"O entendimento ficou mais fácil, porque quando o professor ia explicar, a gente já sabia do que se tratava. A aula ficava mais divertida porque apresentava situações do dia-a-dia."*

- *"O material relaciona uma história com o conteúdo que prende a atenção e a linguagem da apostila é simples e fácil de entender."*

- *"O fato do conteúdo vir em forma de história é mais fácil de ser aprendido e não esquecer. Os conteúdos puros e tradicionais dão a impressão de serem cansativos e que seria muita coisa para se lembrar."*

As opiniões expostas anteriormente mostram que os estudantes utilizam expressões as quais revelam o papel do material e das aulas em facilitar a compreensão e o entendimento da matéria, mobilizar atenção e motivar a leitura e o interesse pelo conteúdo abordado. Da mesma forma, a estruturação do texto e seus aspectos linguísticos, aliados às situações cotidianas propostas nele, parece ter satisfeito os estudantes. Assim, esses dados, somados com o crescimento superior do Grupo Experimental em relação ao Grupo Controle a partir da análise quantitativa revelam que a utilização da gamificação mostra-se como uma boa metodologia a ser utilizadas por professores dentro de suas realidades a fim de conseguir engajamento de seus estudantes e proporcionar situações potenciais para ocorrência de aprenizagem significativa.

6. Considerações finais

Devido aos grandes problemas conhecidos em relação ao material didático para o ensino de física, buscou-se amparo na literatura para se chegar ao estudo de uma nova proposta a qual atendesse a prerrogativa de representar um material potencialmente significativo e ao mesmo tempo motivador. Dentro dessa perspectiva, apoiando-se na teoria de Ausubel para a aprendizagem, delimitou-se o significado de material potencialmente significativo e, na busca pelos elementos que atenderiam a essas características, encontrou-se um referencial didático que permitiu não só a formatação de um subsídio didático escrito, mas uma proposta de condução de aula diferente da tradicional: a *gamificação*.

Partindo dos pressupostos da teoria que utiliza elemento dos jogos para gerar motivação e engajamento, foi elaborado um material didático, bem como planejada uma sequência de aulas as quais foram ministradas em uma turma escolhida aleatoriamente. Ao mesmo tempo, outra turma teve aulas tradicionais do mesmo conteúdo e ambas foram submetidas a testes de conteúdo na tentativa de mesurar a diferença que a intervenção representou no aprendizado dos alunos.

Após a análise de dados coletados dos testes, foi possível inferir um maior crescimento conceitual do grupo submetido à intervenção, principalmente no que diz respeito às estratégias utilizadas para resolver problemas. A observação mais atenciosa de rabiscos deixados nas provas permitiu verificar algumas características que sinalizam uma possível aprendizagem significativa, a qual, obviamente, não pode ser garantida.

Em relação às percepções subjetivas sobre a proposta, os questionários de opinião indicaram que a mesma foi bem aceita pelos estudantes, os quais sentiram-se motivados e acreditaram ter tido uma maior compreensão acerca dos conceitos por conta do formato com que foi concebida a sequência didática. Destaca-se dessa parte a opinião dos estudantes acerca da capacidade que sentiram em ler e entender os textos de forma autônoma e também a expressão dos mesmos quando concordaram que gostariam que de repetir a metodologia em outras aulas.

Os dados citados anteriormente revelam não uma melhor técnica de uso ou um método que promova uma aprendizagem significativa, mas uma alternativa possível para se trabalhar a modelagem matemática de problemas e outros conteúdos, os quais podem seguir a mesma essência. É certo também quenão representa um passo-a-passo a ser seguido fielmente, entretanto indica um modelo que permite ao professor manipular os elementos dos jogos de acordo com a sua criatividade, o que pode vir a promover o protagonismo e o envolvimento discente.

Por ser uma abordagem totalmente emergente, trabalhar com a *gamificação* representou um risco o qual, já se sabe, valeu a pena correr. Sua prática, à medida que propõe novas experiências didáticas para a sala de aula, provoca os professores a buscarem temas dentro do cotidiano de seus estudantes a fim de elaborar aulas mais dinâmicas e que permitam uma real compreensão dos conteúdos ensinados.

Dessa forma, o objetivo de fornecer um material de apoio, bem como uma sequência didática, foi atingido. Entretanto, mais do que o fornecimento de uma ferramenta metodológica, compartilhou-se também uma experiência que, se considerada juntamente ao referencial teórico escolhido para interpreta-la, pode representar também um meio de reflexão acerca da prática docente.

Referências

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos**: Uma Perspectiva Cognitiva. Paralelo: Lisboa, 2000.

FARDO, M. L. A gamificação aplicada em ambientes de aprendizagem. **Novas Tecnologias na Educação**, Caxias do Sul, v. 11, n. 1, p.1-8, jul. 2011.

FARDO, M. L. **Resenha do livro The Gamification of Learning and Instruction.**Conjectura: Filos. Educ., Caxias do Sul, v. 18, n. 1, p. 201-206, jan./abr. 2013.

KAPP, K. **The Gamification of Learning and Instruction: Game-based Methods and Strategies for Training and Education**. Pfeiffer, 2012.

KOSTER, R. **Theory of fun for game design**. USA: Paraglyph, 2005.

LEE, Joey; J. HAMMER, **Jessica. Gamification in Education: What, How, Why Bother?** Academic Exchange Quarterly. 2011.

LIMA, F. D. A. **As disciplinas de física na concepção dos estudantes do Ensino Médio na rede pública de Fortaleza/CE.** 2011. 36 f. Dissertação (Graduação) - Curso de Licenciatura em Física, UEC, Fortaleza, 2011.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da Aprendizagem Escolar: estudos e proposições**. 18ª edição. São Paulo: Cortez, 2006.

LUZ, A. R.; LEAL, L. W. G. As concepções sobre física dos estudantes do Ensino Médio. In: SNEF, 18. 2007, São Luís. **Resumos.** São Paulo: SBF, 2007. p. 1 - 10.

MEGID NETO, Jorge; FRACALANZA, Hilário. O livro didático de ciências: problemas e soluções. **Ciência e Educação**, São Paulo, v. 9, n. 2, p.147-157, 2003.

MORAES, J. U. P. A visão dos estudantes sobre o ensino de física: um estudo de caso. **Scientia Plena**, Aracaju, v. 5, n. 11, p.1-7, 2009.

MOREIRA, M.A. **Aprendizagem significativa: da visão clássica à visão crítica**. Conferência de encerramento do Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, 5., 2006, Madrid. Porto Alegre: UFRGS, [2007?]. 15 p.

MOREIRA, M.A. Aprendizagem significativa: da visão clássica à visão crítica. **Atas da conferência de encerramento do V Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa**. Madrid, Espanha, 2006. 15p.

MOREIRA, M.A. **O que é afinal aprendizagem significativa?**. Porto Alegre: UFRGS, 2012. 27 p.

MOREIRA, M.A. Organizadores prévios e aprendizagem significativa. **Revista Chilena de Educación Científica**, v. 7, n. 2, 2008, pp. 23-30

NÚÑEZ, I. B. et al. A seleção dos livros didáticos: um saber necessário ao professor. O caso do ensino de ciências. **Revista Iberoamericana de Educación**, Madrid, p.1-12, 2003.

PORTILHO, E. **Como se aprende?** Estratégias, Estilo e Metacognição. 2. ed. Rio de Janeiro: WAK, 2011. 164 p.

RICARDO, E. C.; FREIRE, J. C.A. A concepção dos estudantes sobre a física do ensino médio: um estudo exploratório. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 29, n. 2, 2007 .

SIMÕES, J.; REDONDO, R. D.; VILAS, A. F. **A social gamification framework for a K-6 learning platform. Computers in Human Behavior**, 2012.

VIEIRA, E. F.; CAMARGO, S. Livro didático no ensino de física: desafios e potencialidades. In: XI EDUCERE, 2013, Curitiba. **Anais.** Curitiba: PUC-PR. 2013. p. 6387 – 6404.

Apêndice 1

1. Métodos e modelos em ciência

Como comunicar a ciência?

Para o desenvolvimento de teorias, a ciência moderna adota **métodos** de investigação científica visando à construção de **modelos** explicativos para os fenômenos observados e também para delinear novos projetos. Nesses procedimentos, a **matemática** e a **experimentação** assumem um papel importante, visto que, de acordo com o método científico moderno, afirmações acerca da natureza que puderem ser submetidas a testes experimentais e/ou formuladas em termos matemáticos são potenciais candidatas a leis científicas. Porém, a formulação de leis também deve ter o aval da comunidade científica e, para isso, as ideias devem ser comunicadas por meio de uma linguagem universal.

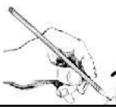
Você está aqui → 1

A ciência Física

Missão 1: Perdoe-me o atraso!

Léo chega da faculdade, olha para o relógio e... já são oito horas! Ele sabia que Juliana não ia esperá-lo se ele chegasse atrasado novamente. O estudante tinha que estar do outro lado da cidade em meia hora, ou as coisas iam ficar feias...

Leonardo sabia, por experiência, que não era possível chegar até a casa de Juliana sem afundar bem o pé no acelerador, mas também sabia exatamente qual seria a atitude da namorada se isso não acontecesse.



Pegue o Lápis

Escreva tudo o que pode afetar o período de tempo que Leonardo vai levar desde a hora que chegou em casa até encontrar a namorada.

Tomar banho ....

....

....

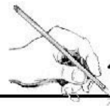
2 *Tópico 1*

Caça-Motivos

Alguns dos motivos que podem influenciar no tempo que Léo demora até chegar à casa de Juliana estão escondidos no emaranhado de letras abaixo, ou na horizonta, ou na vertical. Você precisa encontrar cinco expressões para conferir as hipóteses que você levantou na página anterior.

U	B	C	M	Ô	F	E	T	M	C	H	O	V	Õ	X	M	Ã	S	L	E
M	G	O	N	D	M	S	Ç	Ã	I	G	É	J	L	H	O	G	I	J	C
N	L	N	L	J	Õ	T	E	S	V	Â	L	Q	U	I	C	I	C	Ô	H
H	I	D	Ô	M	I	Â	N	G	E	P	S	Õ	S	L	M	E	A	G	I
U	M	I	Õ	E	F	E	N	N	L	É	D	É	B	I	E	T	M	É	D
C	T	Ç	T	C	C	X	Ç	Ã	O	C	H	E	C	T	Z	J	I	Q	E
O	L	Õ	L	O	B	Ã	Z	I	C	Ô	M	A	N	A	F	Z	N	U	X
O	U	E	C	D	V	E	S	T	I	R	R	O	U	P	A	L	H	Õ	C
N	Â	S	T	Â	N	I	Ç	A	D	G	T	E	L	H	O	L	O	V	Â
P	C	D	É	P	B	N	Õ	X	A	Â	J	Ô	V	C	I	B	E	B	U
R	C	O	Â	C	M	I	M	O	D	G	E	L	U	M	É	Ç	S	I	Q
T	É	T	I	D	L	H	A	J	E	M	Ç	Õ	N	G	V	A	C	Õ	E
U	F	R	B	J	G	Ã	F	I	D	Ã	P	Z	D	Õ	X	F	O	Z	M
M	Ú	Â	L	M	D	E	Ô	L	O	N	A	C	Õ	Z	N	T	L	A	Â
V	I	N	I	Ç	A	L	C	H	C	Á	M	É	Q	G	I	O	H	M	E
Ç	L	S	Õ	E	B	E	N	D	A	P	Ã	B	U	I	Ç	Õ	I	O	N
C	Â	I	V	Q	U	E	P	Ç	R	Â	F	V	L	H	I	Z	D	C	I
Õ	H	T	M	O	T	O	M	A	R	B	A	N	H	O	X	L	O	H	A
B	D	O	G	T	M	Â	C	Ã	0	T	I	G	Õ	N	D	E	V	U	F

Você está aqui → 3



Pegue o Lápis – Sugestão para Resolver

Algumas coisas que podem influenciar no tempo de Leonardo:

-Tomar Banho
-Vestir roupa

Estes dois aspectos tem a ver com o tempo que Léo demora se arrumando.

-Condições do trânsito
-Velocidade do carro de Leonardo
-Caminho escolhido para ir até a casa de Juliana (distância)

Estes afetam o período de tempo para que Léo se desloque.

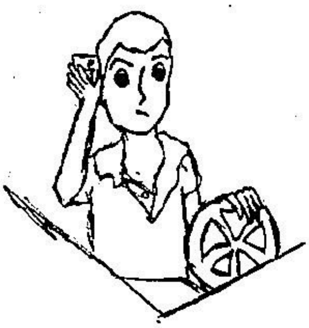
A Lei de Murphy prevê o imprevisível

Às vezes é possível fazer uma previsão de tempo para se chegar a algum lugar, já sabemos por experiência, pois experimentamos por várias vezes as situações que nos atrasam. Todavia, de vez em quando algumas coisas aparecem no meio do caminho para atrapalhar. Principalmente quando precisamos de tempo!

Se alguma coisa pode dar errado, dará. E mais, dará errado da pior maneira, no pior momento e de modo que cause o maior dano possível. Esse é o pressuposto maior da Lei de Murphy, que parece ser uma lei da natureza dada a sua regular ocorrência. Podemos brincar dizendo que a primeira condição para se tornar uma lei, esse enunciado já tem: pode ser observado, pois há experiências que comprovem a sua existência e todos já a puderam estudá-la em diversas situações e com detalhes. Falta só achar uma formulação matemática que o explique.

Você está aqui → 4

Fazer previsões ajuda a driblar a Lei de Murphy



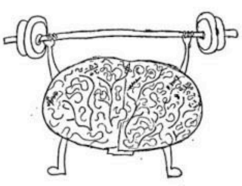
Léo: Fala Roger, beleza?
Roger: E aí, Léo! Como vai?
Léo: Mais ou menos...
Roger: Ué? Que foi?
Léo: Lei de Murphy! Estava atrasado para buscar a Ju e acabei batendo o carro.
Roger: Lei de Murphy mesmo! Que azar, cara!
Léo: Tem como você vir me ajudar?
Roger: Relaxa aí que eu estou chegando.

...

A experimentação e a matemática são os principais ingredientes que separam a mitologia da ciência moderna. Um enunciado acerca da natureza que pode ser submetido a testes experimentais e formulado em termos matemáticos é um sério candidato a ser uma lei da física.

Léo: De vez em quando eu acho que esse negócio de tudo dar errado da pior maneira é uma lei da física.
Roger: Que nada! Para ser uma lei da natureza precisa ser investigada por um processo chamado experimentação e também tem que ser escrita na linguagem matemática. É assim que o universo se manifesta e não por meio de mitos inventados pelas pessoas. Ou você ainda vive na era medieval?
Léo: Tá bom nerdzão, o que você me sugere agora?
Roger: Em relação ao seu carro batido ou em relação a sua namorada furiosa por conta de mais um atraso?
Léo: Se você tiver as duas soluções, manda ver!
Roger: Quanto ao carro, está aqui o telefone do guincho e... Quanto à Ju, porque você não tenta driblar a lei de Murphy modelando uma Lei anti-atrasos?
Léo: Ah vá! Que tal você parar de me zoar?
Roger: Eu estou falando sério! Se você fizer isso, poderá ter previsões e planejar melhor o seu tempo.

Mesmo sendo evidente que a Lei de Murphy se aproxima muito mais dos mitos antigos para explicar as ordens do universo do que das teorias da ciência moderna, é possível fazer uma analogia para entendermos o moderno método científico.



PENSANDO...

Seria possível escrever a Lei de Murphy matematicamente?

Você está aqui → 5

A ciência Física

Se para obter uma lei física é preciso validar o fenômeno que ela rege de forma experimental e matemática, temos um procedimento de investigação. E é esse método que separa os mitos da ciência. Nos primeiros, faltam os dois ingredientes poderiam validá-los como leis, visto que sua formulação não depende de uma análise minuciosa, detalhada e repetida por algumas vezes, como acontece em um laboratório, muito menos podem ser formulados na linguagem matemática.

E Juliana está cada vez mais brava..

Próximo capítulo...

Algo inesperado acontecer e Roger precisa usar letras para escrever uma expressão que calcula o tempo que Léo leva para chegar à casa de Juliana.

Achou que ia ficar livre?

Mas antes...

De que maneira você poderia usar sinais matemáticos para relacionar o tempo total que Léo demora para ir até a casa de Ju com os tempos para se arrumar e para se deslocar?

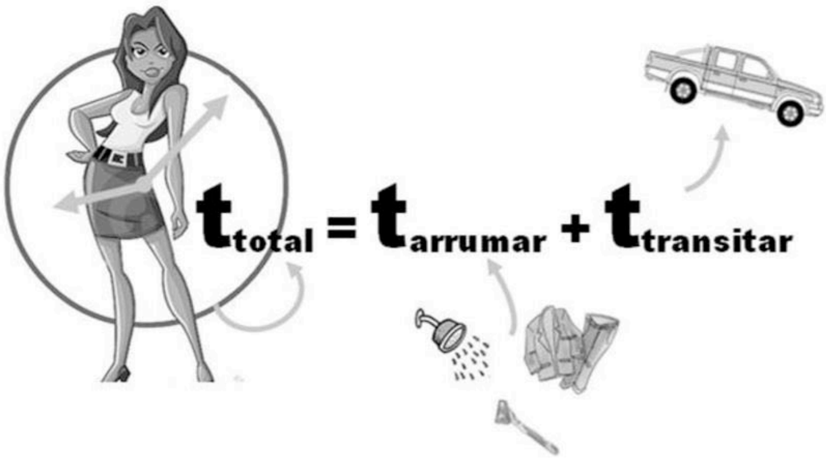
Missão 2: Modelo para driblar os atrasos

A matemática é a linguagem universal da ciência porque é formada a partir de regras claras e bem definidas. Por conta disso, o seu uso permite prever alguns comportamentos da natureza por meio dos modelos matemáticos. A **modelização matemática** é a tradução de um fenômeno em forma de expressões matemáticas que vão interpretar a realidade de uma forma simplificada. Bem, podemos partir então para a lei anti-atrasos de Leonardo.

O tempo total gasto por Leonardo até encontrar Juliana é igual ao tempo que ele demora a se arrumar, mais o tempo gasto no caminho para o local onde se encontra a moça.

Ah, não! Vou ter que escrever isso tudo toda vez que for resolver um problema??? Isto não é redação!

São algumas linhas para expressar a situação que estamos modelando e é difícil saber o que está acontecendo sem fazer a leitura de tudo. Por isso, na física usamos expressões para descrever como o mundo funciona:



Você pode usar uma **letra** e um **subscrito** para representar cada tempo:

Use a letra "t" para representar um tempo e os subscritos para indicar que tempo é esse.

t_{total} para o tempo total desde que Léo chega em casa até encontrar Juliana

$t_{arrumar}$ para o tempo que Léo demora a se arrumar

$t_{transitar}$ para o tempo gasto circulando

Quando expressamos uma relação entre duas quantidades utilizando símbolos e letras, estamos usando uma **função**. Esse é o nome dado à expressão matemática que representa simbolicamente uma informação por meio de uma correspondência entre grandezas.

Funções permitem representar o mundo real simbolicamente.

Léo: Poxa, Roger, para que escrever uma função se escrever vai fazer o mesmo efeito?

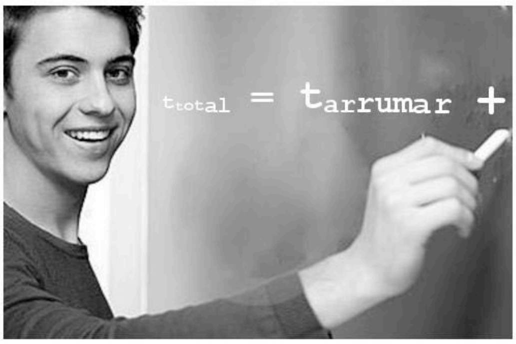
Roger: Escrever em linguagem matemática ajuda escrever o problema de uma forma mais sintética e direta, além de operacionalizar o problema.

Léo: Mas usar letras não deixa as coisas mais complicadas? Poderíamos usar só números...

Roger: Ao usarmos números estamos restringindo uma situação específica. Se usamos uma letra que pode assumir qualquer valor, a expressão fica mais geral e pode ser utilizada em qualquer situação que envolva as mesmas condições do nosso modelo.

Léo: Ah sim... Mas e o fato de ter que explicar o significado de cada uma das letras não representa uma desvantagem?

Roger: Realmente é preciso explicar o significado de cada uma delas, porém, depois de explicadas, representam uma forma mais rápida do que escrever um monte de palavras. É um trabalho só, que servirá em diversas ocasiões. Além do mais, quando as pessoas combinam um padrão esse problema desaparece, pois o modelo torna-se universal.



Léo: Hum... E por que usa a mesma letra? Não podemos usar mais de uma para representar?

Roger: Usamos a mesma letra porque representam a mesma grandeza, mas em situações diferentes. E não podemos utilizar duas letras juntas representando a mesma coisa porque na matemática isso significa uma multiplicação. Para resolver tudo isso, usamos subscritos.

Variáveis determinam uma função geral

Perceba que, na verdade, a relação estabelecida entre as grandezas é de dependência: o tempo total está vinculado aos dois outros tempos e dependem desses para ser determinado. O tempo total está *em função* dos tempos de trânsito e do tempo que Léo leva para se arrumar.

Depende

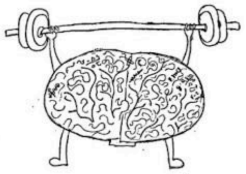
$$t_{total} = t_{arrumar} + t_{transitar}$$

O tempo total se modifica quando os outros tempos se modificam

t_{total}, $t_{arrumar}$ e $t_{transitar}$ são variáveis porque mudam de acordo com a situação

Quando uma grandeza está escrita em função de outras, quer dizer que ela é expressa por uma dependência e não precisamos de valores numéricos, ou seja, temos uma regra geral, que vale para qualquer valor a ser substituído na fórmula. Independente de quanto tempo Léo demora a se arrumar ou de quanto tempo demora circulando, a função é a mesma. Em uma função, qualquer quantidade representada por letras ou símbolos ao invés de um número é chamada **variável**, justamente porque varia dependendo da situação.

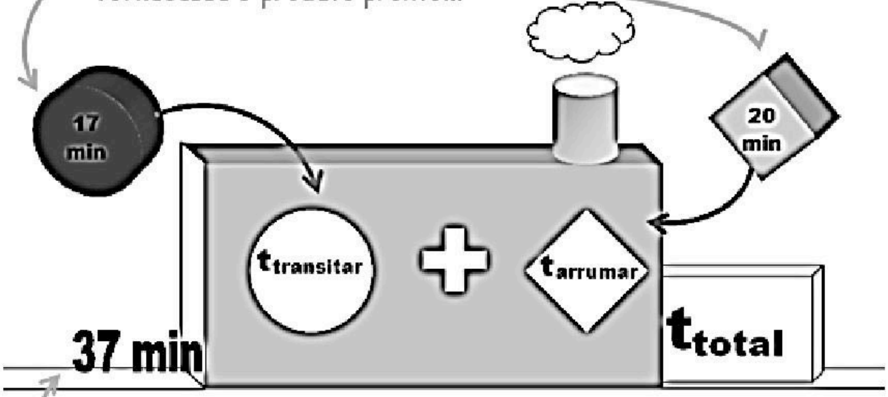
A interpretação da função matemática indica previsões sobre acontecimentos reais. Esse é o papel da modelagem!



PENSANDO...

O que deve acontecer com $\mathbf{t}_{\mathbf{transitar}}$ se $\mathbf{t}_{\mathbf{arrumar}}$ aumenta e queremos manter o $\mathbf{t}_{\mathbf{total}}$ inalterado? Que consequências reais isso pode trazer (ou já trouxe)?

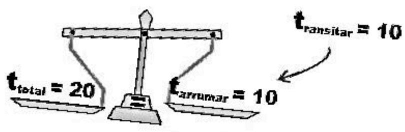
Uma função é uma lei geral. Quando colocamos valores específicos em uma função ela passa a se referir apenas a essa situação. É como se colocássemos <u>ingredientes</u> em uma máquina e ela fornecesse o produto pronto...



... só que na forma de número!

Próximo capítulo...

Roger ajuda Léo a construir tabelas para sempre ter o tempo calculado para dizer à Juliana. Entretanto, pode ser que ela não espere ele terminar os cálculos...



Mas antes...

Achou que ia ficar livre? De novo?

Depois que Roger acudiu o amigo e os dois resolveram as coisas da batida, Leonardo foi levado para casa, enquanto seu carro foi levado pelo guincho. Para não deixar a sua namorada esperando, Léo se ajeita rápido, pega o carro do amigo emprestado e manda logo uma mensagem para Ju...

Qual dos tempos Leonardo fica sabendo pelo GPS? Como é possível reescrever a função, que era geral, para essa situação específica em que já se sabe um dos dados?

Missão 3: Santo GPS

Ainda é necessário calcular o tempo

Roger: Agora que você já conseguiu um modelo para calcular o tempo para chegar até a Ju, precisa arranjar uma maneira de torná-lo mais preciso.
Léo: Como assim? Já podemos calcular tudo com a função.
Roger: Você está certo, mas há um porém: se você demorar a se arrumar ou se pegar trânsito, tudo vai por água abaixo.
Léo: Pois é! Então esse negócio de função não vai facilitar em nada.
Roger: Bom, partindo do princípio que vocês sempre se encontram no sábado no mesmo horário, o tempo de trânsito até a casa dela é mais ou menos o mesmo sempre.
Léo: É... Cerca de 15 minutos. Só olhar no GPS.
Roger: Então podemos especificar a nossa função para que o tempo de trânsito sempre seja de 15 minutos, ou seja, especificamos a função para esse tipo de ocasião.
Léo: Então o tempo total fica determinado por 15 mais o tempo que eu levo me arrumando?
Roger: É. O tempo total sempre será a diferença entre o horário que você marcou com a Juliana e o horário que você começará a se arrumar. Se você chegar em casa mais tarde, dê uma guaribada rápida no visual e saia. Caso contrário, você poderá ir como um galã para encontrar a sua gata!
Léo: Beleza! Então é só saber o tempo que eu tenho para chegar até a Ju, descontar os 15 minutos no trânsito e eu obtenho uma estimativa de quanto tempo terei para dar uma melhorada no visual... É, gostei!

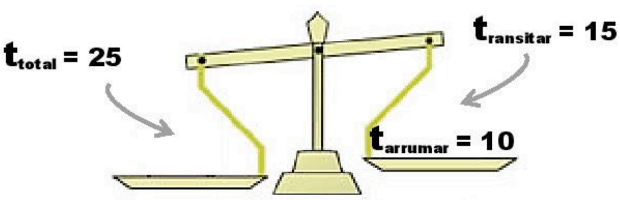
Você está aqui → 1

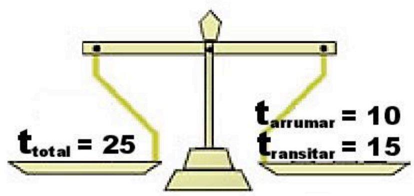
Essa é a nova função:

$$t_{total} = t_{arrumar} + 15$$

Mesmo que o tempo de trânsito tenha sido substituído, como ainda há uma relação de dependência entre o tempo total e tempo para se arrumar, continuamos tendo uma função. Contudo, a nova função se restringe a situações para as quais o tempo de trânsito é de 15 minutos.

De acordo com a função, agora específica, temos muitos pares de números t_{total} e $t_{arrumar}$ que satisfazem o problema. Temos também na nossa função uma igualdade e, por isso, à medida que Léo demora mais para se arrumar, o tempo total cresce para manter a igualdade dos dois lados.



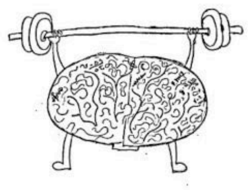


Para que a minha expressão matemática seja satisfeita, os dois lados da igualdade devem ser equivalentes. Por isso que o tempo total depende do tempo que Léo demora para se arrumar: se o tempo para se arrumar aumenta, o tempo total aumenta para deixar tudo equilibrado.

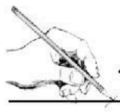
Você está aqui → 2

Pensando...

> Se Léo tivesse mandado uma mensagem anteriormente para Juliana dizendo que chegaria em 30 minutos e sabe que demorará cerca de 15 minutos no trânsito, que atitude Léo teve que tomar para cumprir a promessa feita à namorada?



Para vermos de que forma um tempo influencia no outro, é possível escrevê-los em uma tabela, já que ela ajuda a manter os resultados ordenados, pois mantém uma informação próxima da outra por meio das colunas e linhas, além de possibilitar uma visão geral do que está acontecendo.



Pegue o Lápis

Preencha a tabela utilizando a função específica encontrada acima.

$t_{total} = t_{arrumar} + 15$

$20 = t_{arrumar} + 15$

$20 - 15 = t_{arrumar}$

$5 = t_{arrumar}$

t_{total} (min)	$t_{arrumar}$ (min)
20	5
25	10
30	
	20
40	
	30
55	
	55

As unidades de medida ficam nos tópicos principais para que a tabela contenha só números

Você está aqui → 3

A ciência Física

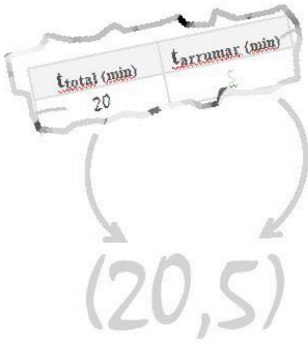
Pegue o Lápis - Solução

Preencha a tabela utilizando a função específica encontrada acima.

	t_{total} (min)	$t_{arrumar}$ (min)	
	20	5	
+ 5	25	10	+ 5
+ 5	30	15	+ 5
+ 5	35	20	+ 5
+ 5	40	25	+ 5
+ 5	45	30	+ 5
+ 10	55	40	+ 10
+ 15	70	55	+ 15

Tabelar ajuda a identificar padrões

Há um jeito mais rápido para visualizar a situação



Léo: Cara, ficou show essa tabela! Agora é só colocar na porta da geladeira e olhar toda vez que chegar em casa no sábado!

Roger: Tá vendo? Mas ainda há uma maneira de visualizar esses dados mais rapidamente.

Léo: Como?

Roger: Bom, você já concordou comigo que há uma dependência entre $\mathbf{t_{arrumar}}$ e $\mathbf{t_{total}}$, certo? Por conta dessa dependência, podemos representá-los da seguinte maneira: ($\mathbf{t_{arrumar}}$, $\mathbf{t_{total}}$). Dentro dos parênteses, os dois valores para os tempos ficam separados por uma vírgula e são chamados de **pares ordenados**.

Léo: Como, por exemplo, (5, 20)? A partir dos dados da tabela?

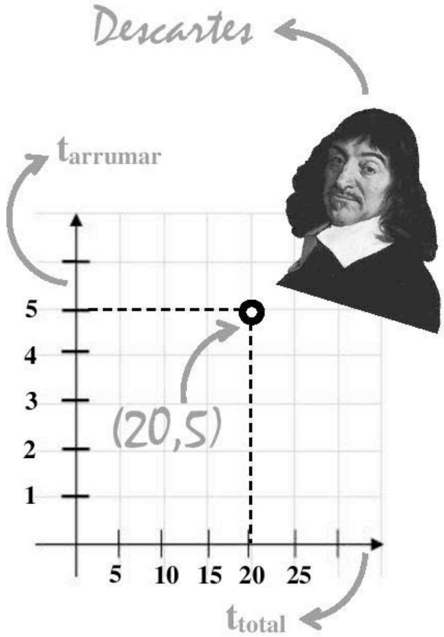
Roger: É! Como o 5 representa o tempo para arrumar que está relacionado com o tempo total de 20 minutos, representamos dessa maneira. E podemos utilizá-los para traçar um gráfico, onde todas as informações poderão ser vistas de uma vez só, sem termos que ler dado por dado. Além disso, os padrões encontrados na tabela são percebidos mais facilmente!

4 Tópico 1

Léo: Mas gráficos são muito difíceis de desenhar! Eu não consigo entender.
Roger: Mas você sabe jogar xadrez!
Léo: ???

Um par ordenado localiza pontos no plano cartesiano

Roger: Olhe para o tabuleiro: existem números e letras nas laterais. Eles servem para localizar as peças. Por exemplo, se eu quero começar a jogada com o peão que está no quadrado com endereço (e, 2), basta que eu indique a letra e o número em seguida. Sempre nessa ordem: primeiro o que está abaixo do tabuleiro, as letras, depois o que está na vertical, os números.
Léo: Certo, mas não é mais fácil só pegar a peça e colocar no quadradinho de destino?
Roger: Isso se você estiver jogando. Se você quiser aprender jogadas novas, tem que saber essa notação para entender os manuais.
Léo: Entendi. Se eu quiser que o peão ande duas casas, então basta indicar seu deslocamento de (e, 2) para (e, 4)?
Roger: Isso! Você percebe que esse endereço é único? Não há mais nenhum quadradinho que possa ser identificado pelo par (e, 4).
Léo: Mas essa não é a mesma notação que usamos para os pares ordenados de tempo para arrumar e tempo total?



Roger: Justamente. Contudo, claro, esse não é o endereço de jogo de xadrez e sim um endereço no **plano cartesiano**. Essa ferramenta foi desenvolvida pelo matemático e filósofo René Descartes para relacionar fórmulas algébricas, como as funções, com a geometria. Em seu livro *Discurso sobre o método*, do ano de 1637, o francês apresentou a ideia de especificar um ponto usando divisões igualmente espaçadas de dois eixos que se intersectam.

Léo: Ele não apresenta letras na parte de baixo...

Roger: Claro! Lembra que a relação de dependência é entre dois números? Então! No plano cartesiano, localizamos esses dois pontos e observamos a linha do primeiro número no eixo de baixo e o segundo no eixo lateral. Onde essas linhas se cruzarem é o endereço desses pontos! O zero fica no cruzamento dos eixos e as divisões em cada eixo individual têm o mesmo tamanho, senão a escala fica deformada.

Você está aqui → 5

A ciência Física

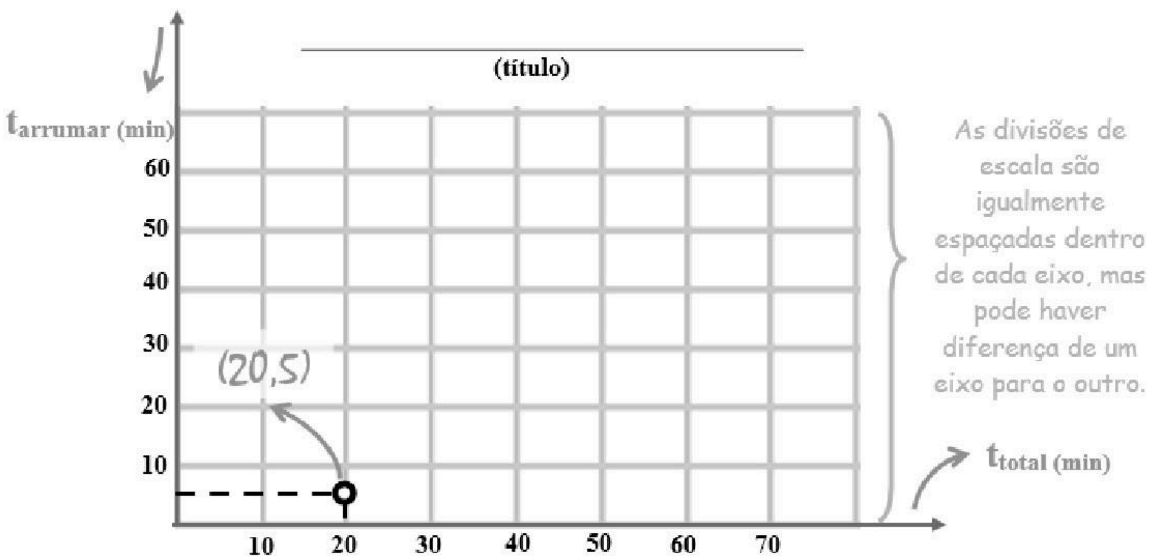
Possivelmente, você já desenhou um gráfico outra vez, mas não custa relembrar alguns detalhes.

A coisa mais importante ao desenhar um gráfico é deixar claro o que ele está representando, ou seja, é necessário colocar um título, o nome para a grandeza que cada eixo representa e as unidades associadas.

Após enxergar que formato ele parece apresentar, é necessário traçar uma linha unindo os pontos. Isso **não** significa ligar os pontos. A curva traçada deve ser suave, pois é dessa maneira que a maioria dos fenômenos acontece, em uma progressão gradual.

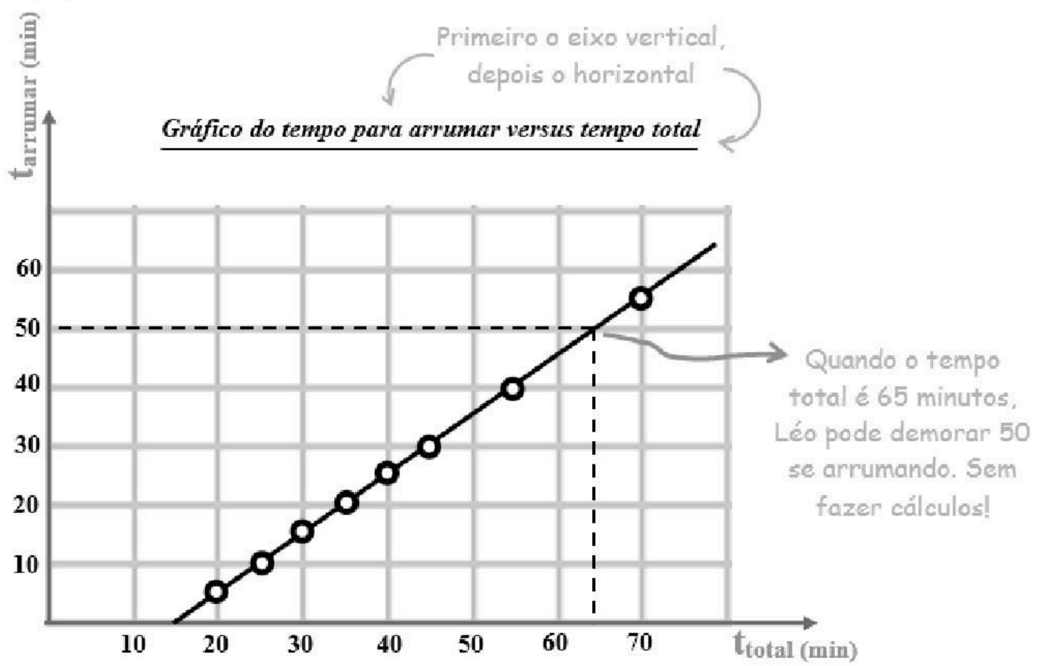
Quando você percebe o padrão que o gráfico segue, pode encontrar valores sem ter que calculá-los.

Pegue o Lápis



6 Tópico 1

Pegue o Lápis – Resolução



Próximo capítulo...

Léo só precisa conferir a função que ele criou. Juliana desiste de esperar.

Dessa ver você ficou livre de pensar mais um pouco... Mas nada impede que o seu professor passe um deveres para casa ;)

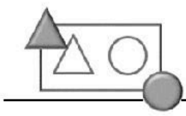
Você está aqui → 7

Missão 4: Com que velocidade eu vou

No começo da história você provavelmente fez uma ótima observação quando disse que o tempo total de Léo dependeria da velocidade do carro e o caminho escolhido até a casa de Ju. Léo talvez não tivesse se tocado disso...

1 h = 60 min

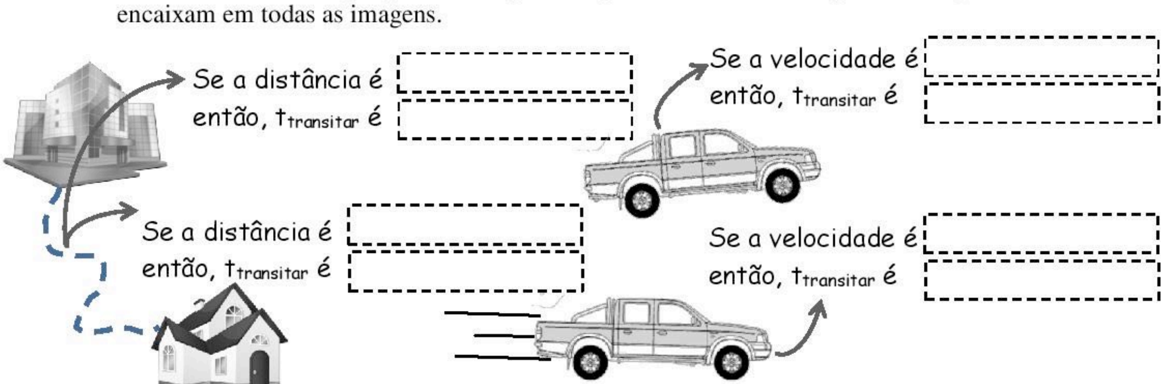
Léo: Moleque, eu ando, ando, ando e o tempo do GPS não diminui... Eu não vou chegar a tempo.
Roger: Cara, com que velocidade você está indo? Por onde você foi?
Léo: Estou andando a 60 km/h, ou seja, 1 km a cada minuto. Eu decidi não ir pelo caminho indicado pelo GPS, porque a EPTG nesse horário está com trânsito.
Roger: Assim não vai dar mesmo! O outro caminho tem o dobro do tamanho! Para chegar em 5 minutos, você teria que estar a 80 km/h!
Léo: Mas não dá! A velocidade da via é 60km/h, vou levar uma multa!
Roger: Você devia ter pensado nisso antes... Mas, faz assim: como você se atrasou mesmo, vem pra cá para eu te ensinar como você pode fazer.
Léo: E a Ju?
Roger: Você sabe... Essa hora ela já deve estar a caminho da casa da Hérica. Você está arruinado, mas vamos acabar com esse seu problema de uma vez por todas!



Encaixe

GRANDE | PEQUENO (A)

Seu trabalho é encaixar as peças para ver como a distância da casa e a velocidade com que Léo se desloca afeta o tempo que ele leva para chegar à casa de Ju. São apenas duas palavras, mas encaixam em todas as imagens.

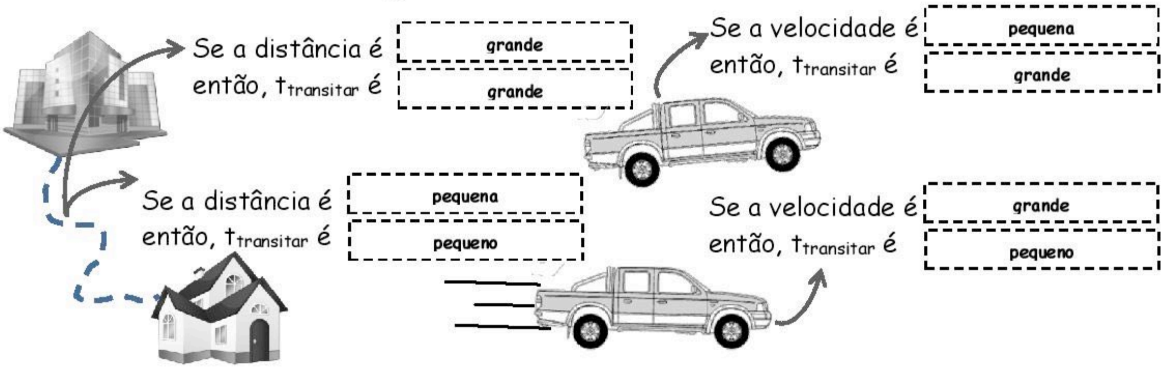


Você está aqui → 1

A ciência Física

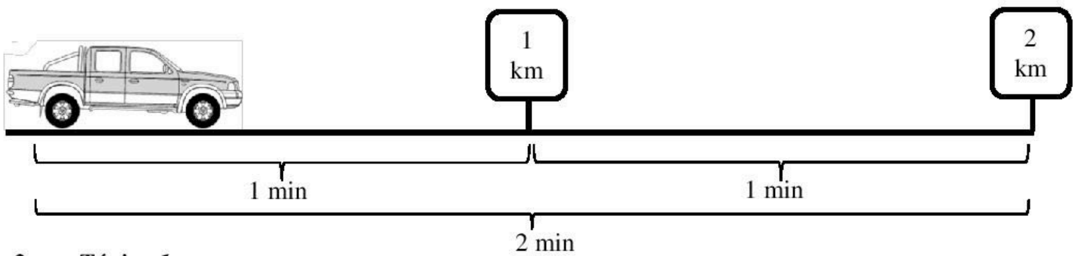
Encaixe – Solução

Seu trabalho é encaixar as peças para ver como a distância da casa e a velocidade com que Léo se desloca afeta o tempo que ele leva para chegar à casa de Ju. São apenas duas palavras, mas encaixam em todas as imagens.



O tempo é proporcional à velocidade

Roger: Preste atenção! Você provavelmente consegue manter a velocidade do carro durante o percurso, certo?
Léo: É, consigo.
Roger: Veja se você entende: se você andar 1 km a cada minuto, sem modificar a sua rapidez, toda vez que passar 1 minuto completo você avança 1 km.
Léo: Tá, mas o que isso vai me ajudar a calcular a velocidade que preciso manter para chegar a tempo?
Roger: Se cronometrarmos o tempo que você gasta para percorrer 1 km, sabemos, sem ter que andar novamente, que você levará o dobro de tempo para percorrer 2 km.
Léo: Então podemos pegar o tempo que levo para percorrer 1 km e dizer que vou levar a metade desse tempo para percorrer 0,5 km, ou o triplo desse tempo para percorrer 3 km?
Roger: Sim. Precisamos cronometrar apenas uma vez. O resto, podemos tabelar!
Léo: Já entendi. Fizemos isso uma vez!
Roger: Fizemos. Mas agora, vamos fazer duas tabelas.

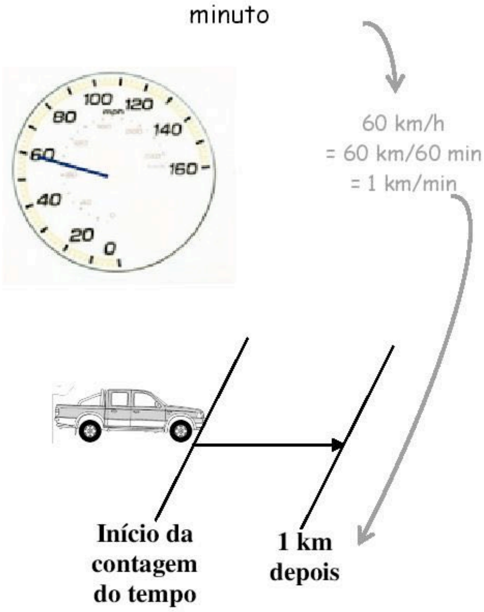


2 Tópico 1

Medindo rapidamente!

Roger: Cara, entra logo nesse carro! Vai andando que quando der um quilômetro eu paro de marcar o tempo. Vai primeiro a 60km/h. Depois a gente vai mais um quilômetro a 75 km/h. Vamos ver no que dá. A gente só vai gastar 2 minutos para medir.

1 minuto... A 60 km/h – 1 km a cada minuto

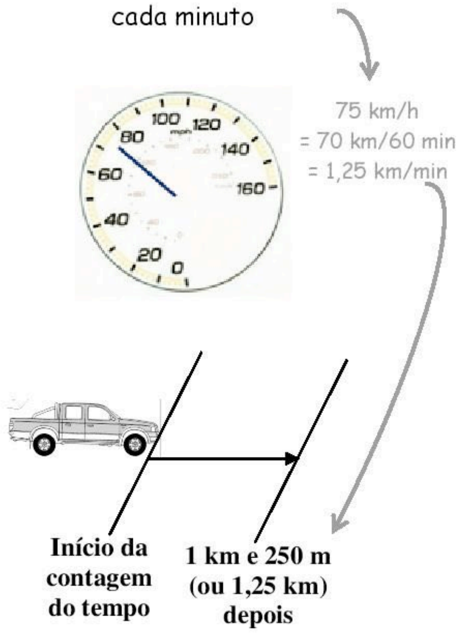


O resto, não precisa medir... Se ele anda 1 km a cada minuto, então...

d (km)	$t_{transitar}$ (min)
1	1
	2
3	
	4
5	

d = ______ × $t_{transitar}$

1 minuto... A 75 km/h – 1,25 km a cada minuto



O resto, não precisa medir... Se ele anda 1,25 km a cada minuto, então...

d (km)	$t_{transitar}$ (min)
1,2	1
	2
3,75	
	4
6,25	

d = ______ × $t_{transitar}$

Você está aqui → 3

A ciência Física

Solução

d (km)	$t_{transitar}$ (min)
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5

$d = \underline{\quad 1 \quad} \times t_{transitar}$

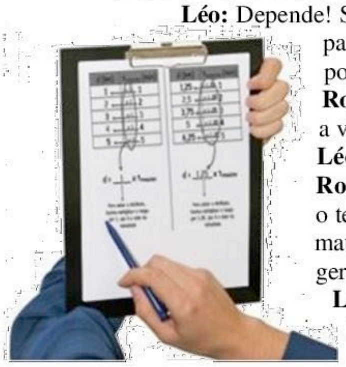
Para achar a distância, bastou multiplicar o tempo por 1, que é o valor da velocidade

d (km)	$t_{transitar}$ (min)
1,25	1
2,5	2
3,75	3
5	4
6,25	5

$d = \underline{\ 1{,}25\ } \times t_{transitar}$

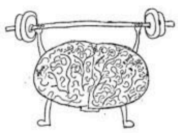
Para achar a distância, bastou multiplicar o tempo por 1,25, que é o valor da velocidade

Roger: Consegue enxergar isso aqui?
Léo: O que?
Roger: Você andou em duas velocidade diferentes, correto? Como a velocidade indica o quanto o carro anda em determinado tempo, percebeu que a distância e o tempo são proporcionais? O que você tem que fazer com o tempo para achar a distância?



Léo: Depende! Se o carro anda 1 km/min eu tenho que multiplicar o tempo por 1 para obter a distância, mas de estiver a 1,25 km/min, então multiplico por 1,25.
Roger: Exato. Percebe que uma relação entre a distância, o tempo e a velocidade?
Léo: Percebo! Dá para escrever uma função com isso!
Roger: Sim! Como é possível escrever a relação entre a distância **d**, o tempo **t** e a velocidade **v**? Ou seja, como é possível usar símbolos matemáticos para escrever tudo isso que você falou para um caso geral, para qualquer velocidade que se queira?
Léo: Calma!
Roger: Eu estou calmo... Quem não está é outra pessoa! Anda logo, já são quase uma da manhã!

Pensando...



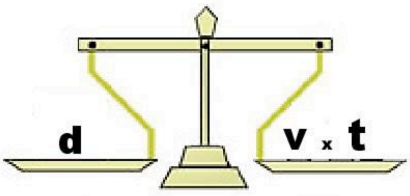
Qual é a fórmula que relaciona a distância **d**, o tempo **t** e a velocidade **v**?

4 Tópico 1

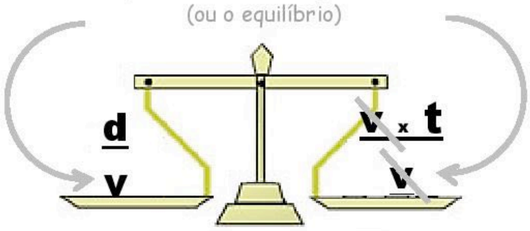
A velocidade vem com a distância e o tempo

$$d = v \times t$$

Para achar a distância, basta multiplicar a velocidade pelo tempo



Se dividirmos os dois lados por t, mantemos a igualdade (ou o equilíbrio)



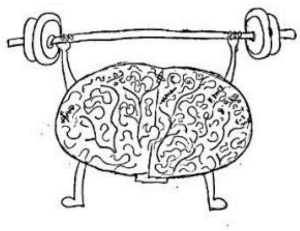
Trocar a ordem dos lados não interfere. Os lados continuam sendo iguais...

$$t = \frac{d}{v}$$

Podemos substituir **v** por um valor. Se fizermos isso, a função fica específica para a velocidade substituída!

Pensando...

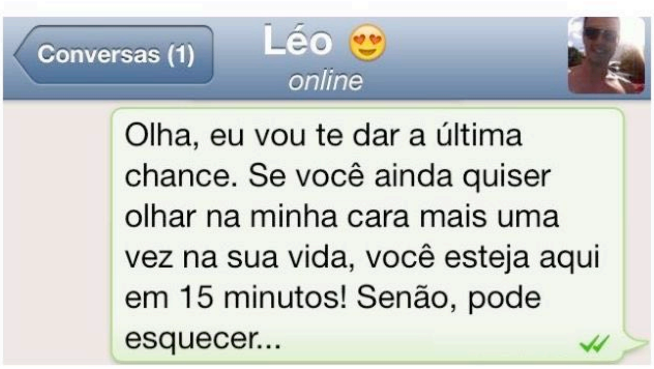
Existe outra maneira de escrever a relação acima? Como?



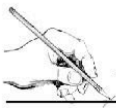
Você está aqui → 5

A ciência Física

Ultimato!



Roger: Vai lá, cara! Entra no carro!
Léo: Mas...
Roger: Anda, já tenho o gráfico aqui que dá a velocidade que você vai precisar.



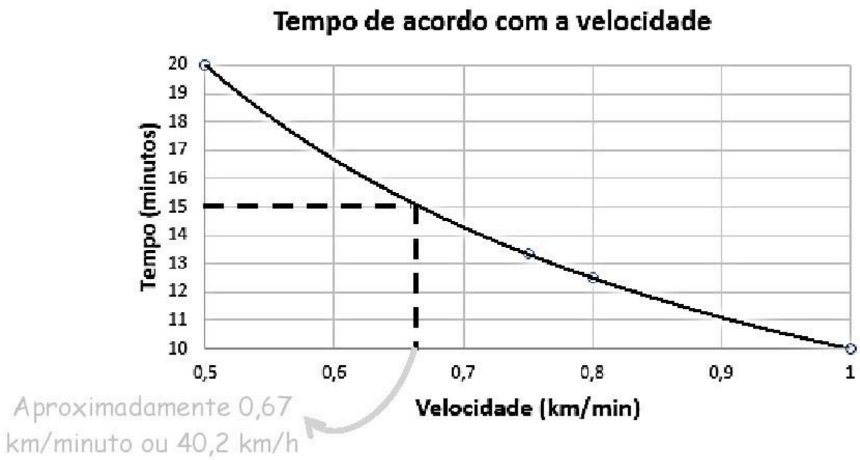
Pegue o Lápis

O gráfico que Roger fez está mostrado abaixo. Estime a velocidade média que Léo tem que fazer para chegar em 15 minutos.

6 Tópico 1

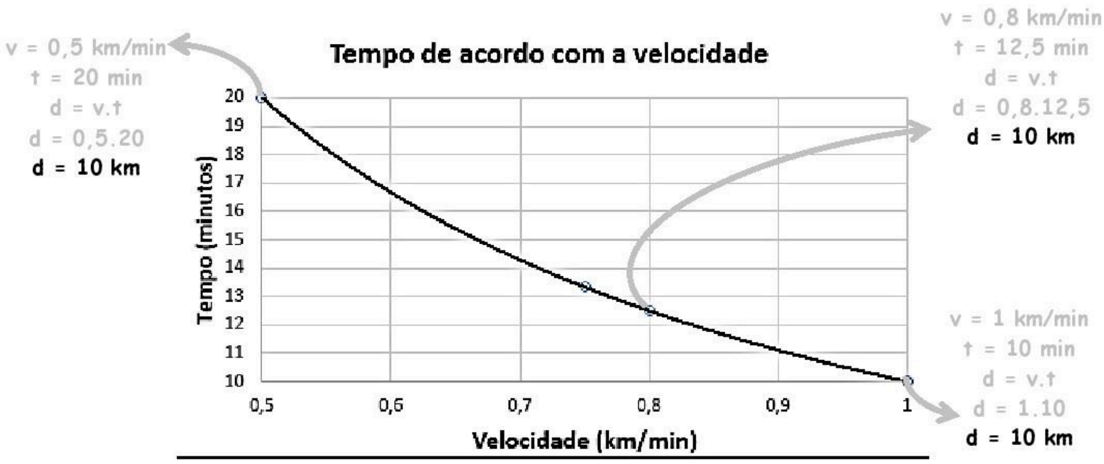
Pegue o Lápis – Solução

O gráfico que Roger fez está mostrado abaixo. Estime a velocidade média que Léo tem que fazer para chegar em 15 minutos.



Refazendo contas....

Roger: vamos rever isso aqui que eu estou achando muito menos de 1 km por minuto é muito pouco... bom, se d = v.t, basta eu olhar no gráfico para ver se usei a distância certa. Vou pegar 3 pontos que estão bem visíveis...



Roger: Ufa! É isso mesmo! A distância de onde ele saiu até lá é 10 km mesmo!

Você está aqui → 7

Gráfico + função = salvamento de um namoro