

## A EVOLUÇÃO DAS REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS DE ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO

*The graphical representations' evolution of high school students*

**Alessandro Damásio Trani Gomes** [alessandrogomes@ufsj.edu.br]

*Universidade Federal de São João del-Rei*

*Departamento de Ciências Naturais*

*Campus Dom Bosco*

*Praça Dom Helvécio, 74 - Fábricas*

*36301-160 - São João del-Rei – MG*

### Resumo

Este trabalho investiga a evolução das representações gráficas de estudantes do ensino médio ao longo de um ano letivo no qual desenvolveram atividades práticas diversas, integralizadas ao currículo. Participaram da pesquisa 250 estudantes do 1º ano do ensino médio, respondendo a dois testes iguais, aplicados no início e no final do ano letivo. Os testes eram compostos por duas questões, uma sobre construção e outra sobre interpretação gráfica. A comparação dos resultados dos testes indicou uma boa evolução e sofisticação na capacidade dos alunos de interpretar e trabalhar com gráficos, com diferenças significativas entre os resultados do pré e do pós-teste. Com base nos resultados obtidos, são discutidas as implicações educacionais e propostas novas possibilidades de pesquisa na área.

**Palavras-chave:** Representação gráfica; Gráficos; Laboratório.

### Abstract

This paper investigates the graphical representations' evolution of high school students over a school year in which they developed several practical activities, incorporated into the curriculum. The participants were 250 students from the 1st year of high school, who answered two equal tests, one at the beginning and other at end of the school year. The tests consisted of two questions, one about graphical construction and other about graphical interpretation. The comparison of the test results indicated a good improvement in the students' performance and the sophistication in students' ability to interpret and work with graphs, with significant differences between the results of the pre- and post-test. Based on these results the paper discusses the educational implications and suggests areas for future research.

**Keywords:** Graphical representation; Graphics; Laboratory.

### Introdução

Representações gráficas são extremamente utilizadas em nossa sociedade contemporânea, estando inseridas em nossa cultura, sendo encontradas com frequência em revistas, jornais, internet, livros didáticos e na televisão. Sendo assim, nossos estudantes devem aprender a utilizá-las para compreender as relações nelas representadas e também, como ferramentas para a comunicação no seu dia a dia. Na Ciência, sobretudo em atividades experimentais, os gráficos servem como representações de relações entre grandezas observadas e também como ferramentas poderosas para a representação e comunicação de grande volume de dados complexos, das quais se podem extrair várias informações sobre a relação entre as variáveis envolvidas.

Friel, Curcio e Bright (2001) enumeram duas razões principais para a utilização de gráficos: análise e comunicação. Gráficos utilizados para propósitos de análise são ferramentas para a detecção de padrões, características importantes ou incomuns nos dados. Por outro lado, gráficos utilizados para a comunicação são representações com o objetivo de compilar as informações sobre números e relações entre eles. Sendo assim,

devido ao fato dos gráficos estarem presentes constantemente em nossa sociedade e serem encontrados com facilidade nos meios como revistas, jornais, e televisão, os indivíduos devem utilizar os gráficos para compreender informações estruturadas pelo próprio indivíduo ou comunicada a ele por fontes externas (Friel, Curcio & Bright, 2001, p. 133).

A importância da compreensão de representações gráficas para a inserção do cidadão no mundo atual tem sido reconhecida internacionalmente por diversos documentos relativos aos currículos de Matemática e de Ciências, em todos os níveis de Ensino (AAAS, 1990; NRC, 1996; Friel, Curcio & Bright, 2001). No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais preveem que as representações gráficas sejam introduzidas ainda no Ensino Fundamental. Para o Ensino Médio, os PCNs determinam como habilidades e competências:

- Interpretar e utilizar diferentes formas de representação (tabelas, gráficos, expressões, ícones...).
- Identificar, analisar e aplicar conhecimentos sobre valores de variáveis, representados em gráficos, diagramas ou expressões algébricas, realizando previsão de tendências, extrapolações e interpolações e interpretações.
- Analisar qualitativamente dados quantitativos representados gráfica ou algebricamente relacionados a contextos sócio-econômicos, científicos ou cotidianos (Brasil, 1999, p.11).

Este trabalho tem como objetivo analisar a evolução da capacidade de estudantes do ensino médio de construir, analisar, interpretar e extrair informações de gráficos. Deseja-se assim, determinar se as atividades práticas desenvolvidas ao longo do ano letivo contribuíram para a sofisticação das representações gráficas destes estudantes.

### **Construção e interpretação gráfica**

A construção e interpretação de gráficos são habilidades importantes para a compreensão dos conteúdos da Ciência. Propiciar condições para que os alunos aprendam a interpretá-los e utilizá-los como uma das possíveis representações de fenômenos naturais contribui, não somente para a aprendizagem na Ciência, mas para a sua vida cotidiana (Ainley, 2001). Os meios de comunicação de massa utilizam-se frequentemente dos gráficos para noticiarem os mais variados assuntos. Particularmente, a mídia impressa lança mão dos gráficos para ilustrar seus argumentos jornalísticos.

O domínio e a utilização efetiva de diferentes formas de representações em Matemática e em Ciências têm merecido grande atenção por parte dos elaboradores de currículos de Ciências nos últimos anos (Roth, Pozzer-Ardenghi & Han, 2007). Dentre as diversas formas disponíveis de se representar relações entre grandezas, a representação gráfica tem um papel fundamental. Um gráfico pode, de maneira eficiente, resumir uma grande quantidade de informação. Na matemática, o ensino sobre a construção e interpretação de gráficos tem um fim em si mesmo. Mas muitas áreas como as Ciências Naturais e Sociais, utilizam também formas de representação gráfica para, principalmente, demonstrar relações entre variáveis. Uma das razões da ampla utilização de representações gráficas em todas as áreas do conhecimento é a possibilidade de comunicar informações quantitativas de forma mais fácil e compreensível. O gráfico é uma forma de representação na qual os indivíduos utilizam informações espaciais para fazer inferências sobre relações não espaciais e conceitos (Gattis & Holyoak, 1996).

Sabe-se que ler, interpretar ou construir um gráfico não são tarefas imediatas. Tais ações exigem de parte do indivíduo certa familiaridade, e também domínio da representação utilizada. Ler, interpretar, analisar e julgar, ou organizar dados em gráficos e tabelas significa, antes de tudo, dominar o próprio funcionamento representacional. Mas, então, pode-se perguntar: como compreender a complexidade da organização visual da informação e da comunicação em representações gráficas?

Parte das pesquisas busca identificar possíveis conexões entre o desenvolvimento cognitivo do indivíduo e as habilidades relacionadas às representações gráficas (Gattis & Holyoak, 1996; Shah, Mayer & Hegarty, 1999; Gattis, 2002; Vekiri, 2002). Tais pesquisas veem representações gráficas como representações mentais, um compósito das habilidades cognitivas do indivíduo. Pesquisadores que seguem essa linha de pesquisa chegam a conclusões semelhantes das pesquisas realizadas por outros pesquisadores da área sobre da cognição humana como, por exemplo, de que os indivíduos possuem concepções alternativas sobre as representações gráficas. As dificuldades e confusões enfrentadas pelos indivíduos ao lidar com representações gráficas são assim consideradas como ‘déficits’ no desenvolvimento cognitivo e nas habilidades de leitura e interpretação.

Por outro lado, outros pesquisadores (Roth & McGinn, 1997; Bowen & Roth, 2005; Wu & Krajcik, 2006) sugerem que a compreensão de gráficos e a aquisição de habilidades relativas à sua interpretação e construção são questões de prática e de familiaridade com essas formas representacionais e com o domínio teórico pertinente, e não estão relacionadas às habilidades cognitivas. Para fortalecerem seus argumentos, os autores indicam pesquisas nas quais sustentam que até mesmos pesquisadores experientes, com publicações em periódicos internacionais, têm dificuldades em lidar com inscrições não pertencentes à sua especialidade (Roth, Pozzer-Ardenghi & Han, 2007). Assim, não se pode atribuir esses resultados a falhas cognitivas ou à carência de habilidades.

Em seus trabalhos, Wu e Krajcik (2006a, 2006b) utilizam o termo inscrições para se referirem às diversas formas de representações como gráficos, diagramas, tabelas, símbolos, mapas e modelos. Na comunidade científica e em engenharia, as inscrições possuem três grandes propósitos: elas são objetos semióticos que constituem e representam outros aspectos da realidade; exercem uma função retórica na comunicação científica; e atuam como elementos de conscrição que media atividades científicas coletivas.

As mais diversas inscrições, como fórmulas matemáticas, cifras, diagramas e escalas musicais, arte moderna e representações gráficas não são tão presentes no dia-a-dia das pessoas como os textos escritos. Portanto, é de se esperar que crianças e adultos apresentem certas dificuldades ao interpretar e compreender tais inscrições, não devido às suas concepções inadequadas ou a falhas cognitivas, mas porque não são familiares com os campos teóricos e com as convenções adotadas na produção de cada inscrição.

Independentemente da forma como são tratadas e encaradas as habilidades relativas às representações gráficas e apesar da importância curricular dada ao ensino e à aprendizagem de habilidades relativas à compreensão e construção de gráficos, as pesquisas nessas duas linhas indicam que o entendimento dos estudantes sobre os principais aspectos que envolvem a representação gráfica é limitado e que crianças, jovens e adultos cometem erros sistemáticos ao ler e interpretar gráficos, especialmente quando o gráfico não representa explicitamente a informação quantitativa desejada (Beichner, 1994; Shah, Mayer & Hegarty, 1999; Shah & Hoeffner, 2002; Cook, 2006). Além disso, muitos estudantes não conseguem aplicar o conhecimento de gráficos e funções aprendido em aulas de Matemática em atividades relacionadas com a Física ou outras áreas (Woolnough, 2000; Forster, 2004). Boa parte dos estudos sobre as concepções e habilidades dos estudantes em interpretar e construir gráficos no ensino de ciências provém dos estudos

relacionados à cinemática, domínio em que as representações gráficas desempenham um importante papel (Mcdermott, Rosenquist & Van Zee, 1987; Agrello & Garg, 1999; Araujo, Veit & Moreira, 2004; Costa & Borges, 2007).

Pesquisas (Leinhardt, Zaslavsky & Stein, 1990; Mevarech & Kramarsky, 1997) argumentam que a maioria das ações relacionadas a gráficos e funções pode ser classificada em interpretação e construção e que essas não são categorias mutuamente exclusivas. A atividade de interpretação, segundo Leinhardt, Zaslavsky e Stein (1990), refere-se à ação através da qual o indivíduo extrai sentido do gráfico ou percebe as informações contidas nele ou em parte dele. A interpretação pode ser global ou geral, ou ela pode ser local ou específica. Outra dimensão ao longo da qual a ação de interpretação pode ser analisada é se a interpretação é qualitativa ou quantitativa. Uma interpretação quantitativa requer a compreensão sobre a relação entre as variáveis presentes no gráfico e, em particular, os padrões de covariações. Já a interpretação qualitativa está, normalmente, associada às características globais do gráfico. As interpretações dependem de vários fatores e estão sujeitas às simplificações ou generalizações, e também a confusões e erros.

A interpretação gráfica funciona como uma ligação entre as relações perceptuais e conceituais e, portanto, quando bem utilizada, pode contribuir para facilitar a análise e o raciocínio sobre relações complexas entre conceitos abstratos (Gattis & Holyoak, 1996).

O principal componente do processo pessoal de interpretação de representações gráficas é o relacionamento das características do gráfico com seus referentes. Dessa forma,

a maior parte do tempo empregado na compreensão de um gráfico envolve a leitura e releitura de informações dos eixos e regiões escritas do gráfico... e menos tempo é empregado na identificação de padrões das linhas do gráfico (Carpenter & Shah, 1998, p. 96).

Quando se interpreta um gráfico, o tipo de interpretação requerido e realizado depende muito daquilo o que o gráfico representa. Os gráficos que são utilizados mais comumente na Ciência representam uma situação, uma relação (expressa na forma de uma equação ou um conjunto de dados) ou eles podem ser considerados como entidades independentes. Dependendo da utilidade do gráfico, o sentido adquirido pela interpretação pode residir no espaço simbólico do gráfico ou pode mudar para outros espaços (espaço da situação ou espaço algébrico).

O tipo de gráfico e seu conteúdo determinam, de maneira significativa, a forma como o indivíduo analisa e interpreta o gráfico. Além disso, quando pessoas estão engajadas na interpretação de gráficos, elas evocam conhecimentos prévios relacionados com fatos ou experiências de suas vidas que influenciam as interpretações dos dados. Os conhecimentos matemáticos podem ser mobilizados tanto quanto as experiências e conhecimentos específicos do contexto do qual o gráfico trata. Sobre a dificuldade de interpretação de gráficos, Shah e Hoeffner comentam que

a dificuldade na compreensão não é apenas uma função das características do gráfico em si, mas é também, influenciada por como essas características interagem com o conhecimento e os objetivos do sujeito (Shah & Hoeffner, 2002 .p 49).

Em relação à construção, Leinhardt, Zaslavsky e Stein (1990) consideram que construir significa gerar algo novo, o que exige do indivíduo habilidades relacionadas com a seleção de dados, nomes dos eixos, escala, identificação da unidade e a inserção de pontos. Segundo os autores, construir é diferente de interpretar. O ato de interpretar baseia-se ou requer reações a dados previamente fornecidos e o ato de construir requer a geração de partes previamente não disponíveis.

É importante ressaltar que a interpretação e a construção gráfica compartilham uma série de características. Nas duas, as ações podem acontecer em qualquer um dos três espaços (gráfico,

algébrico e situacional) ou mover de um espaço para outro. Ainda, tanto a construção quanto a interpretação podem variar de acordo com as demandas da atividade (local/global; quantitativa/qualitativa). Considerando-se a relação entre ambas, pode-se perceber que enquanto a interpretação não necessita de nenhuma construção, o inverso não ocorre, pois a construção, normalmente, já implica em algum tipo de interpretação, o que torna ainda mais complexa a tarefa de se construir um gráfico. Tabelas podem ser utilizadas para organizar as informações e dados como um passo intermediário para se construir um gráfico.

Leinhardt, Zaslavsky e Stein (1990) também propõem que as ações de construir e interpretar os gráficos envolvem atividades como previsão, classificação, tradução e escala. A previsão refere-se à ação de estimar, dado parte do gráfico ou pontos a ele pertencentes, onde outros pontos (às vezes não fornecidos) do gráfico se localizam ou como outras partes do gráfico devem ser. O modo como o indivíduo constrói um gráfico depende de como ele pensa a forma do gráfico. Para se fazer uma extrapolação ou interpolação, também é necessário estimar o valor procurado. A classificação refere-se às ações de reconhecer se determinada relação exibida pelo gráfico é uma função e identificar que tipo de função, se for o caso, está representado. A tradução refere-se à capacidade de reconhecer e representar a relação entre os dados em diferentes formas de representações gráficas.

Shah e colaboradores (Carpenter & Shah, 1998; Shah, Mayer & Hegarty, 1999; Shah & Hoeffner, 2002) identificaram três processos principais, inter-relacionados entre si, que influenciam nas ações e atividades envolvidas na compreensão e construção gráfica. Inicialmente, o indivíduo deve interpretar as informações visuais e identificar as características e padrões visuais mais importantes. Porém, a interpretação das características visuais da representação gráfica é influenciada diretamente pelas características da representação, pelas concepções prévias do indivíduo e pelas limitações de nosso sistema perceptual.

Segundo, o indivíduo deve relacionar e traduzir as características visuais em relações conceituais de acordo com domínio teórico que o gráfico representa. Nesse processo, o conhecimento específico sobre o domínio teórico e a experiência e familiaridade do indivíduo com representações gráficas são fundamentais. Mesmo que o primeiro processo tenha sido bem sucedido e o indivíduo percebeu as características visuais importantes para a compreensão do gráfico, se não conseguir mapear o domínio teórico e atribuir sentido a essas características, a interpretação não será adequada.

O terceiro processo implica na determinação dos referentes dos conceitos que estão sendo quantificados e associar esses referentes à função representada no gráfico. Assim, ao analisarmos esses três processos, percebemos que três fatores exercem papéis importantes na habilidade dos indivíduos de compreender as diversas representações gráficas: as características visuais, o conhecimento e familiaridade sobre as representações e o domínio teórico. Gattis (2002) afirma que

quando utilizamos gráficos e diagramas para raciocinar sobre conceitos não-espaciais e visuais, nós criamos mapas entre as informações visuais, espaciais e conceituais, e utilizamos esses mapas para gerar inferências sobre as relações conceituais, a partir da inspeção visual das relações espaciais (Gattis, 2002, p. 1158).

## Metodologia da pesquisa

Para determinar a evolução das representações gráficas dos estudantes fez-se necessário um estudo que se utiliza da reaplicação dos instrumentos de pesquisa. Em um estudo longitudinal, devem-se ter duas preocupações básicas. A primeira é a adoção de um espaçamento adequado entre as coletas de dados para permitir que as mudanças e os conhecimentos adquiridos pelos indivíduos

possam ser assimilados e incorporados. A segunda é a utilização de instrumentos semelhantes, passíveis de comparação entre si, nas coletas de dados que podem ocorrer.

### *Sujeitos da pesquisa*

A coleta de dados ocorreu em uma escola de ensino médio da rede federal de ensino de Belo Horizonte. Os participantes da pesquisa foram todos os estudantes matriculados no 1º ano do ensino médio. Dos 261 estudantes matriculados, 250 participaram de pelo menos uma coleta de dados da pesquisa. Os estudantes, no início do ano letivo foram divididos em oito turmas com trinta a trinta e quatro alunos em cada turma. Quatro professores de física eram responsáveis, cada um, por duas turmas.

Optou-se por trabalhar com alunos do 1º ano do ensino médio principalmente porque, por serem do 1º ano, a experiência dos alunos em atividades de laboratório é limitada, uma vez que o contato, no ensino fundamental, com atividades em laboratório não é comum na maioria das escolas brasileiras.

Nessa escola, o currículo de Física tem ainda uma componente experimental aproveitando-se da estrutura de laboratórios e os recursos disponíveis. Os alunos do ensino médio realizam atividades práticas quinzenalmente. As turmas são subdivididas em duas subturmas cada, com aproximadamente quinze estudantes. A cada semana, uma subturma realiza as atividades propostas.

Ao longo do ano letivo, foram desenvolvidas 13 atividades no laboratório de Física, todas integradas ao currículo normal de Física do 1º ano do ensino médio da escola. As atividades envolveram conceitos de mecânica (movimento uniforme e variado, energia, sistema massa-mola e força elástica) e eletricidade (circuitos simples com pilhas e lâmpadas e medição de corrente e tensão em circuitos série e paralelo). As atividades possuíam diversos níveis de abertura (Borges, 2002) e tinham diferentes objetivos, entre eles: aprender a formular e explicitar suas hipóteses, aprender como comunicar os resultados da atividade (através de relatórios), aprender como processar, representar e analisar dados.

### *Instrumento de pesquisa*

Deseja-se identificar o que os estudantes já sabiam sobre representações gráficas e o que eles aprenderam ao longo do ano, com a realização das atividades. Para isso, foram elaboradas duas questões que abordavam a construção e interpretação gráfica.

Na **Questão 1** (Figura 1), estavam disponíveis os dados da distância percorrida em função do tempo de um móvel, coletados durante uma suposta atividade experimental de um grupo de estudantes. No **item (i)** era solicitado aos estudantes que construíssem, no espaço apropriado, o gráfico correspondente aos dados tabelados.

Nos **itens (ii)** e **(iii)** era solicitado que os estudantes determinassem a distância percorrida para um determinado tempo. Nos dois casos, o tempo pedido não constava na tabela. Portanto, para responder a questão o estudante deveria fazer uma interpolação e uma extrapolação, respectivamente.

**Questão 1**

Durante a realização de uma atividade experimental, um grupo de estudantes coleta dados sobre a distância percorrida por um móvel em função do tempo. Os valores estão disponíveis na tabela abaixo.

Tempo (s)	0	2	4	6	8
Distância (cm)	0	5	12	19	23

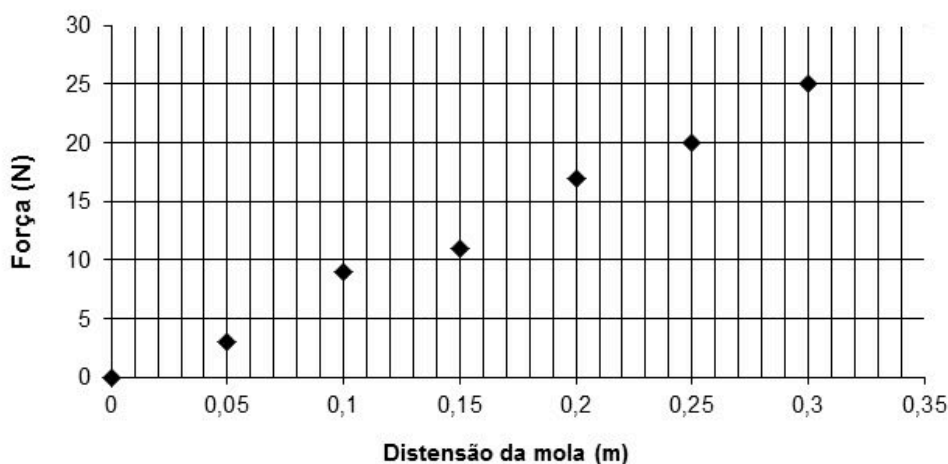
- i) No espaço apropriado, construa o gráfico que melhor represente os dados acima.
- ii) Para o tempo igual a 5 segundos, estime o valor da distância percorrida pelo móvel.
- iii) Para um tempo igual a 10 segundos, estime o valor da distância percorrida pelo móvel.

**Figura 1** - Questão sobre construção e interpretação gráfica

A **Questão 2** (Figura 2) apresentava um gráfico de força aplicada x distensão da mola no qual estão representados apenas os pontos obtidos por um grupo de estudantes durante uma atividade experimental.

**Questão 2**

Durante outra atividade de laboratório, um grupo de estudantes investiga a relação entre a força aplicada numa mola e a distensão sofrida por ela. Os estudantes coletaram cuidadosamente os dados e os representaram no gráfico abaixo:

**Força em função da distensão da mola**

- i) Trace, no próprio gráfico, a reta que melhor se enquadra nos pontos acima.

ii) Sabe-se que a relação matemática entre a força aplicada numa mola e a distensão provocada é dada pela equação  $F = k.X$ , onde  $F$  representa a força aplicada,  $X$ , a distensão da mola e  $k$ , a constante elástica da mola. Para os dados acima, estime o valor da constante elástica da mola.

**Figura 2** - Questão sobre construção e interpretação gráfica

No **item (i)** era pedido aos estudantes que traçassem a reta que melhor se ajusta aos pontos do gráfico. No **item (ii)** foi solicitado aos estudantes que calculassem a constante elástica da mola. Foi fornecida aos estudantes a equação  $F = k.X$ , que relaciona a força aplicada e a distensão sofrida pela mola.

**Procedimentos**

Os instrumentos de pesquisa foram aplicados no início do ano, para se identificar os conhecimentos iniciais dos participantes e também, ao final do ano letivo, para que se pudessem identificar as possíveis modificações nesses conhecimentos, constituindo dessa forma um pré-teste e um pós-teste. Tanto no início, quanto no final do ano, a coleta do material empírico da pesquisa ocorreu durante o horário das aulas de Física dos estudantes (teóricas ou no laboratório), sob a responsabilidade dos próprios professores de Física das turmas. Tais professores possuem experiência e são pesquisadores em ensino de Física.

Para cada questão foi elaborada uma folha de resposta adequada, com um espaço quadriculado reservado à construção do gráfico. As questões, tanto no pré, quanto no pós-teste, foram aplicadas em dias distintos durante o horário normal de aula. Todos os alunos participantes e seus responsáveis assinaram o termo de consentimento livre e esclarecido antes da realização da pesquisa. Antes da aplicação, os professores novamente reforçavam a importância da participação dos estudantes e esclareciam os objetivos gerais da pesquisa.

Além da realização do pré-teste e do pós-teste, foram feitas entrevistas com um total de 25 estudantes (selecionados aleatoriamente, de acordo com a disponibilidade e voluntariedade), em grupo e/ou individualmente para esclarecer melhor suas concepções e ideias sobre o assunto. As entrevistas realizadas foram registradas em áudio e vídeo. Os cadernos de relatórios dos alunos de duas turmas (cerca de 70 cadernos), contendo o relatório produzido para as 13 atividades desenvolvidas ao longo de todo período letivo também foram recolhidos para análise.

### **Análise dos dados**

A análise dos dados a seguir foi semelhante a alguns aspectos analisados por Camargo Filho e Laburú (2013), por meio do referencial analítico desenvolvido pelos autores, baseados na perspectiva de representações semióticas, para estudo de gráficos cartesianos de cinemática elaborados a partir de tabelas. Optou-se por apresentar primeiro a análise dos dados da **Questão 2**, que foi considerada de menor grau de dificuldade, uma vez que a **Questão 1** envolveu a construção completa de um gráfico e a sua posterior interpretação.

### **Traçando a melhor reta**

A **Questão 2** foi respondida por 202 estudantes no pré-teste e 161 estudantes no pós-teste. No **item (i)** foi solicitado que se trace a reta que melhor se ajusta nos pontos do gráfico. A análise dos dados mostrou duas tendências bastante distintas. Uma tendência foi a construção de segmentos de reta, ligando ponto a ponto do gráfico. Outra tendência foi a de traçar uma única reta que se ajusta ao conjunto dos pontos representados. A Tabela 1 compara as estratégias dos estudantes no pré e no pós-teste.

**Tabela 1** - Estratégias utilizadas para traçar a reta no gráfico.

Estratégias	Pré-teste		Pós-teste	
	N	%	N	%
<b>Ligou os pontos</b>	67	33,2	18	11,2
<b>Traçou uma única reta</b>	135	66,8	143	88,8
<b>Totais</b>	<b>202</b>	<b>100</b>	<b>161</b>	<b>100</b>

No pré-teste, 33,2% dos estudantes traçaram os segmentos de reta ligando os pontos do gráfico, enquanto que no pós-teste, essa percentagem caiu para 11,2%. Acompanhando a mudança, houve um aumento da percentagem de estudantes que traçaram como esperado, uma única reta



através dos pontos (de 66,8% no pré-teste para 88,8% no pós-teste), o que resultou numa diferença significativa ( $\chi^2(1) = 24,155, p \leq 0,001$ ) no desempenho dos estudantes entre os testes.

Ao comparar o desempenho dos 147 estudantes que realizaram os dois testes (Tabela 2<sup>1</sup>), obtém-se que 101 traçaram a reta que melhor se ajustava aos pontos nos dois testes. Dos 46 restantes, 31 (67,4%) estudantes sofisticaram suas respostas, o que resultou numa diferença significativa entre os testes – MH (147) = 5,048,  $p < 0,001$ <sup>2</sup>.

**Tabela 2** - Comparação entre o desempenho no pré e pós-teste

	Estratégia	Pós-teste		Total
		Traçou a reta	Ligou os pontos	
Pré-teste	Traçou a reta	101	2	103
	Ligou os pontos	31	13	44
Total		132	15	147

A ação de ligar os pontos de um gráfico utilizando segmentos de reta é um comportamento muito comum entre os estudantes e também pode ser atribuído à falta de compreensão do significado da linha do gráfico. Lubben, Allie e Buffler (2010) afirmam que esse comportamento é típico de indivíduos que não percebem a relação existente entre os pontos do conjunto representado. Para estes indivíduos os gráficos são apenas as representações individuais dos pontos fornecidos e a linha do gráfico é muitas vezes, desnecessária ou apenas uma questão estética ou rotineira/burocrática.

No item (ii) foi solicitado que se calcule a constante elástica da mola, que em um gráfico de força aplicada x distensão pode ser obtida por meio da inclinação do gráfico. Foi também fornecida aos estudantes a equação que relaciona a força aplicada e a distensão sofrida pela mola.

A análise dos dados indicou que os estudantes utilizaram, basicamente, quatro estratégias distintas para o cálculo da constante elástica da mola. Essas estratégias estão descritas no Quadro 1.

Estratégia	Descrição
<b>G1</b>	Determinou de maneira incorreta, normalmente utilizando a fórmula, mas realizando uma manipulação algébrica incorreta.
<b>G2</b>	Determinou aplicando a fórmula fornecida e utilizando apenas um ponto.
<b>G3</b>	Determinou utilizando a fórmula fornecida, mas utilizou vários pontos e ao final, calculou a média dos valores obtidos.
<b>G4</b>	Calculou a constante elástica da mola utilizando a inclinação da reta de melhor ajuste, ou seja por meio da relação $\Delta F / \Delta X$ .

**Quadro 1** - Categorização das estratégias utilizadas pelos estudantes

Considera-se que as estratégias para determinação da constante elástica da mola estão em ordem crescente de sofisticação. A estratégia **G1** caracteriza-se pela determinação incorreta do valor. A estratégia **G2** caracteriza-se pela utilização da fórmula e de apenas um ponto para o cálculo. Porém, qual ponto utilizar? Para cada ponto utilizado, os resultados seriam diferentes. A utilização da estratégia **G3** demonstra essa preocupação. Assim, quem a utilizou calculou dois ou

<sup>1</sup> A(s) célula(s) em destaque nas tabelas apresentam o número de alunos que sofisticaram suas concepções em relação ao pré-teste.

<sup>2</sup> Para a verificação da significância das mudanças no entendimento dos participantes da pesquisa, foi utilizado o teste de homogeneidade marginal, que é similar ao teste de McNemar, porém, estendido, quando for o caso, para os casos nos quais a variável de interesse assume mais de dois valores nominais. Para cada teste realizado, reporta-se o valor padronizado da estatística do teste e o nível de significância obtido.

mais valores da constante elástica por meio da fórmula e obteve a média dos valores. A estratégia **G4** é a mais adequada, pois se calcula a constante elástica da mola por meio da inclinação da melhor reta obtida no gráfico.

Não interpretar a inclinação ou a área sob o gráfico é uma das principais dificuldades enfrentadas pelos estudantes quando interpretam gráficos. Essas dificuldades, presentes mais frequentemente no domínio da cinemática, são devidas às relações ‘ocultas’ entre as variáveis representadas nos eixos cartesianos. As dificuldades de interpretação dessas relações que não são explícitas no gráfico podem também estar relacionadas com as dificuldades conceituais enfrentadas pelos estudantes.

A Tabela 3 apresenta a ocorrência de cada uma das estratégias identificadas no pré e no pós-teste. Houve uma sofisticação significativa das estratégias utilizadas pelos estudantes ao compararmos o desempenho entre os testes -  $\chi^2(4) = 46,221$ ,  $p \leq 0,001$ . Tal aumento da sofisticação fica evidenciado pela diminuição, sobretudo, das percentagens das estratégias **G1** a **G3** e o aumento da percentagem da estratégia **G4**.

Uma importante contribuição para a compreensão do processo de interpretação de gráficos foi dada pelos estudos de Curcio e colaboradores (Curcio, 1987; Friel, Curcio & Bright, 2001) que apresentam um referencial que divide a compreensão sobre gráficos do indivíduo em três níveis:

- *leitura dos dados*: consiste em levantar e identificar informações imediatamente disponíveis na representação gráfica. Envolve a resposta de questões diretas sobre os dados.
- *leitura entre os dados*: envolve a interpolação e a identificação de relações que não estão imediatamente disponíveis. Inclui-se neste nível a realização de comparações e operações com os dados, tais como atribuir significados à inclinação ou intercepto do gráfico com o eixo vertical.
- *leitura além dos dados*: envolve a realização de extrapolações, previsões e inferências sobre os dados para responder às questões implícitas.

**Tabela 3** - Ocorrência das estratégias para resolução do item (ii) da Questão 2

Estratégias	Pré-teste		Pós-teste	
	N	%	N	%
<b>G1</b>	41	20,3	15	9,3
<b>G2</b>	96	47,5	70	43,5
<b>Total G1+G2</b>	137	67,8	85	52,8
<b>G3</b>	23	11,4	6	3,7
<b>G4</b>	23	11,4	63	39,1
<b>Total G3+G4</b>	46	22,8	69	42,8
<b>Não respondeu</b>	19	9,4	7	4,3
<b>Totais</b>	<b>202</b>	<b>100</b>	<b>161</b>	<b>100</b>

Se os níveis propostos por Curcio e colaboradores sobre interpretação gráfica for considerados, pode-se considerar que os estudantes cujas respostas foram categorizadas como **G1** e **G2** limitaram-se à leitura dos dados, por trabalharem e considerarem apenas pontos isolados do gráfico. Já os estudantes cujas respostas foram categorizadas como **G3** e **G4**, apresentaram um nível de compreensão do tipo leitura entre os dados, por considerarem mais pontos ou por terem executado operações com os diversos valores do gráfico.

Para se comparar melhor os resultados dos testes, os alunos foram divididos em dois grupos. Aqueles que utilizaram as estratégias **G1** ou **G2** e aqueles que utilizaram as estratégias **G3** e **G4**. No pré-teste, dos 202 estudantes, 137 utilizaram as estratégias menos sofisticadas, enquanto 46 estudantes utilizaram as estratégias **G3** e **G4**. No pós-teste, a percentagem dos estudantes que utilizaram as estratégias **G1** e **G2** diminuiu para 52,8%, enquanto que a percentagem dos estudantes que utilizaram as estratégias mais sofisticadas aumentou para 42,8%.

Ao considerarmos apenas os 137 estudantes que responderam aos dois testes, 23 utilizaram as estratégias **G3** e **G4** nos dois testes. Dos 114 estudantes que poderiam melhorar no pós-teste, 41 (36,0%) melhoraram e responderam à questão com uma estratégia mais sofisticada, o que resultou numa diferença significativa das respostas dos estudantes entre os testes –  $MH(137) = 4,160$ ,  $p < 0,001$ .

**Tabela 4** - Comparação entre os testes – item (ii) da Questão 2

	Estratégia	Pós-teste		Total
		G3+G4	G1+G2	
Pré-teste	G3+G4	23	11	34
	G1+G2	41	62	103
Total		64	73	137

É importante ressaltar que a construção de gráficos foi uma atividade muito presente ao longo do ano letivo. Das 13 atividades realizadas, em 9 atividades os alunos tiveram que construir pelo menos um gráfico semelhante ao da **Questão 2**. Analisou-se a relação entre a forma como o estudante traçou a reta pelos pontos e a estratégia adotada para o cálculo da constante elástica da mola. Considerou-se para isso, apenas os dados do pós-teste. Foram construídos pelos estudantes 18 gráficos nos quais os pontos foram ligados por segmentos de reta. Desse total, apenas 3 (16,7%) adotaram a estratégia mais sofisticada para determinar a constante elástica da mola, enquanto que, dos 143 gráficos construídos com a melhor reta passando pelos pontos (ou próximos a eles), em 60 deles (42,0%), os estudantes adotaram a estratégia **G4** para o cálculo da constante elástica.

É importante perceber que a utilização das estratégias **G2** e **G3** não são dificultadas pela forma como o gráfico é desenhado, pois para a utilização da fórmula, qualquer ponto poderia ser utilizado de forma independente. Porém, a utilização da estratégia **G4** depende muito da forma como o gráfico está representado. Quando o gráfico assemelha-se a uma reta, é bem natural que se possa determinar sua inclinação. Mas quando se vê um gráfico fragmentado em vários segmentos de reta, tal percepção é prejudicada, o que justifica as diferenças obtidas.

### **Construção do gráfico a partir de dados tabelados**

A habilidade de construir gráficos a partir de dados tabelados foi extensamente trabalhada ao longo do ano letivo. Na maioria das atividades realizadas os alunos construíram gráficos e, originalmente, os dados utilizados foram previamente representados em tabelas. A figura 3 ilustra tabelas extraídas dos relatórios dos estudantes. Parece que, pelo menos parte dos estudantes compreendeu que a representação dos dados em tabelas e gráficos é uma etapa fundamental, que contribui para a análise dos dados e que não representa apenas uma etapa burocrática da atividade. Ao ler os relatórios produzidos pelos estudantes, é possível observar diversas passagens nas quais alguns estudantes deixaram claro que utilizaram os gráficos construídos para obterem as informações necessárias.

Para sabermos se as variáveis, citadas acima, influenciam no período do pêndulo, analisamos os gráficos da tabela. Assim, se os gráficos variaram, é porque houve interferências, já se os gráficos permanecerem constantes, ou seja, reta paralela, não houve alterações.

Para descobrir de que forma cada grandeza afeta o período do pêndulo, devemos traçar o gráfico do período em função da massa, do ângulo e do comprimento do pêndulo.

*Tabela 1: Experimento do pêndulo.*

Período	Amplitude	Massa	Comprimento	Média
1,03/0,97/1,09	20°	50gr	40 cm	1,03
1,19/1,03/0,90	20°	100gr	40 cm	1,04
0,97/1,0/1,0	20°	100gr	40 cm	0,99
1,25/1,22/1,26	20°	100gr	60 cm	1,24
0,75/0,72/0,68	20°	100gr	20 cm	0,71
1,12/1,16/1,13	50°	100gr	40 cm	1,14
1,21/1,40/1,30	90°	100gr	40 cm	1,30

*Resumo das tabelas de seus grupos:*

MEDIDAS PARA O PERÍODO DO PÊNDULO (s)	AMPLITUDES	MASSAS DA BASE DO PÊNDULO	COMPRIMENTO DO CORTAÇO
1,03 • 0,97 • 1,09 = 1,03	20°	50g	40 cm
1,19 • 1,03 • 0,90 = 1,04	20°	100g	40 cm
0,97 • 1,00 • 1,00 = 0,99	20°	200g	40 cm
1,25 • 1,22 • 1,26 = 1,24	20°	100g	60 cm
0,75 • 0,72 • 0,68 = 0,71	20°	100g	20 cm
1,12 • 1,16 • 1,13 = 1,14	50°	100g	40 cm
1,21 • 1,40 • 1,30 = 1,30	90°	100g	40 cm

*Handwritten notes in the original image:*  
 - Vertical bracket on the right side of the table, spanning rows 1-3: MASSAS DIFERENTES  
 - Vertical bracket on the right side of the table, spanning rows 4-5: COMPRIMENTOS DIFERENTES  
 - Vertical bracket on the right side of the table, spanning rows 6-7: AMPLITUDES DIFERENTES

Figura 3 - Exemplos de tabelas construídas pelos estudantes nos relatórios

Durante a execução de atividade investigativa cujo objetivo era determinar a relação matemática entre a força exercida sobre uma mola e a sua deformação, obtivemos o seguinte diálogo entre o pesquisador e o grupo de estudantes.

- P- Vocês estão falando que irão medir a deformação e a força aplicada na mola.
- A1 e A2- Isso.
- P- Quantas medidas vocês farão?
- A2 e A3- Cinco.
- P- Por que vocês farão cinco medidas?
- A2- Para ter mais pontos e poder dar uma curva que a gente possa perceber no gráfico.
- P- Como vocês registrarão as grandezas medidas?
- A1- Na tabela e no gráfico.
- P- Por que vocês fazem tabela?
- A1- Tabela é só para representar melhor, registrar...
- A3- Organização.
- A2- É.
- P- E qual a importância do gráfico?
- A1- Para poder encontrar a equação matemática.
- A3- Uma demonstração visual das relações entre as variáveis.

Em outra entrevista, abordando o lançamento de um projétil, há uma passagem que representa a importância que os estudantes atribuem aos gráficos.

**P-** Como vocês fariam para determinar como o alcance varia de acordo com o ângulo do lançamento?

**A1-** A gente atiraria com um ângulo e anotaria o resultado. Faria isso três vezes, depois mudaria o ângulo, repetindo três vezes também. Depois compararia o resultado.

**P-** E como vocês comparariam o resultado?

**A2-** Com um gráfico.

**P-** Qual a importância dos gráficos?

**A2-** Ele permite visualizar as oscilações.

**A1-** Fazendo tudo no mesmo gráfico, dá para nós compararmos como está variando.

**A2-** Para ver o comportamento das medidas.

Nesse último diálogo, o estudante **A1** fala em repetir medidas e calcular as médias, mas não fica claro em sua fala a necessidade de obter um conjunto maior de pares ordenados para traçar o gráfico. Mesmo assim, pelos diálogos acima, fica claro que esses estudantes percebem a importância da tabela na organização e exibição dos dados. Também percebem que a construção de gráficos permite visualizar a relação entre as grandezas envolvidas na atividade, assim como a obtenção da relação matemática entre essas grandezas.

Para avaliar melhor se a realização das atividades contribuiu para que os estudantes desenvolvessem a habilidade de construção de gráficos, analisou-se as respostas à **Questão 1**. Nessa questão, estão disponíveis os dados da distância percorrida em função do tempo de um móvel, coletados durante uma suposta atividade experimental de um grupo de estudantes. No **item (i)** é solicitado aos estudantes que construam, no espaço apropriado, o gráfico correspondente aos dados tabelados.

Alguns trabalhos (Carpenter & Shah, 1998; Friel, Curcio & Bright, 2001; Shah & Hoeffner, 2002) abordam a importância de componentes estruturais e especificadores das representações gráficas. O entendimento e a interpretação desses elementos (eixos, escala, grades, valores, linha do gráfico, entre outros) são fundamentais para a construção e interpretação gráfica. Sendo assim, para analisar e comparar o desempenho dos estudantes nessa questão, observou-se quatro itens fundamentais na construção de um gráfico: os eixos do gráfico, a escala utilizada, a adequação dos valores representados e a linha do gráfico.

### Representação dos eixos

Na ciência e, especialmente na física, é comum a representação gráfica da relação entre duas grandezas. Normalmente, tais relações são de causalidade ou covariação entre as grandezas. Por convenção, as variáveis independentes são representadas no eixo X, enquanto as variáveis dependentes são representadas no eixo Y. Portanto, para a representação correta das variáveis nos eixos, é necessário que o indivíduo compreenda, inicialmente, o que são variáveis e entenda os conceitos relacionados.

Dos 205 estudantes que construíram gráficos de linha no pré-teste<sup>3</sup>, 151 (73,7%) representaram os eixos coordenados corretamente e 54 (26,3%) o fizeram de maneira incorreta, invertendo-os. No teste final, 158 estudantes (91,3%) construíram o gráfico corretamente e apenas 15 (8,7%), construíram o gráfico com os eixos invertidos. Os resultados revelam que o desempenho dos alunos no pós-teste foi significativamente superior em relação ao pré-teste -  $\chi^2(1) = 18,096$ ,  $p \leq 0,001$ .

A Tabela 5 compara os resultados dos 154 estudantes que realizaram os dois testes. Desses, 103 representaram corretamente os eixos nos dois testes. Dos 51 estudantes restantes, 39 (76,5%)

<sup>3</sup> Está-se excluindo 8 alunos no pré-teste que construíram gráficos de barra. No pós-teste, nenhum aluno construiu gráficos de barra.

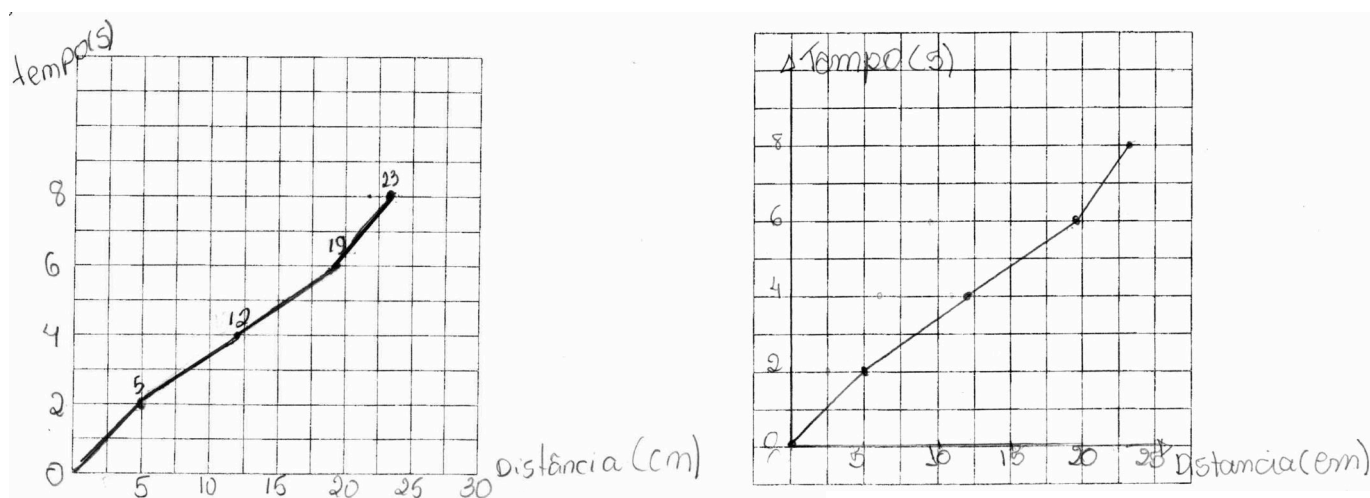
deles representaram corretamente os eixos no pós-teste, o que representou uma diferença significativa entre os testes –  $MH(154) = 4,718, p < 0,001$ .

**Tabela 5** - Desempenho dos estudantes na representação dos eixos do gráfico

Pré-teste	Representação	Pós-teste		Total
		Correta	Invertida	
	Correta	103	7	110
	Invertida	39	5	44
	<b>Total</b>	<b>142</b>	<b>12</b>	<b>154</b>

É importante ressaltar que a inversão dos eixos não impede a representação gráfica da relação entre as variáveis. O que muda, geralmente, é o aspecto final do gráfico. A Figura 4 ilustra exemplos de gráficos construídos por alunos que representaram os eixos de maneira invertida.

Porém, quando isso acontece, podem ocorrer também erros de interpretação. Neste caso, a questão ilustra a relação entre o tempo e a distância percorrida. Na física do ensino médio, sobretudo em cinemática, é frequente a representação de grandezas como velocidade e, distancia e aceleração em função do tempo. Nestes casos, essas grandezas dependem do tempo e não o contrário. O tempo é a variável independente na maioria dos problemas. Assim, se obedecermos à convenção de representar variáveis independentes no eixo X e as variáveis dependentes no eixo Y, o tempo deve ser representado no eixo X e as demais variáveis, no eixo Y.



**Figura 4** - Exemplos de gráficos construídos com a inversão dos eixos

Analisando os relatórios dos estudantes, verificamos também a ocorrência de gráficos com os eixos invertidos. A Figura 5 apresenta exemplos extraídos dos relatórios iniciais.

Escala

Atividades relacionadas com a escala dos gráficos requerem atenção sobre os eixos, as grandezas neles representadas e as unidades utilizadas. Um gráfico não pode ser totalmente interpretado sem a devida atenção à sua escala. O indivíduo deve decidir o número de intervalos que utilizará, se os eixos devem utilizar a mesma escala, se a escala será interrompida. Quando se altera a escala, o gráfico pode apresentar um aspecto bem diferente do anterior, então o indivíduo deve ser capaz de reconhecer a influência da escala sobre a forma geral do gráfico. Isso pode ser muito difícil para crianças aprenderem, uma vez que não é óbvio que gráficos com formas diferentes representem as mesmas relações. A compreensão da escala e da unidade utilizada é uma

das questões relevantes à compreensão gráfica. Ainley (2000) afirma que o uso incorreto das escalas é uma das fontes de erros durante a construção e interpretação gráfica. A autora afirma que crianças de seis anos podem construir gráficos de barra, mas elas não colocam título, eixos e escala.

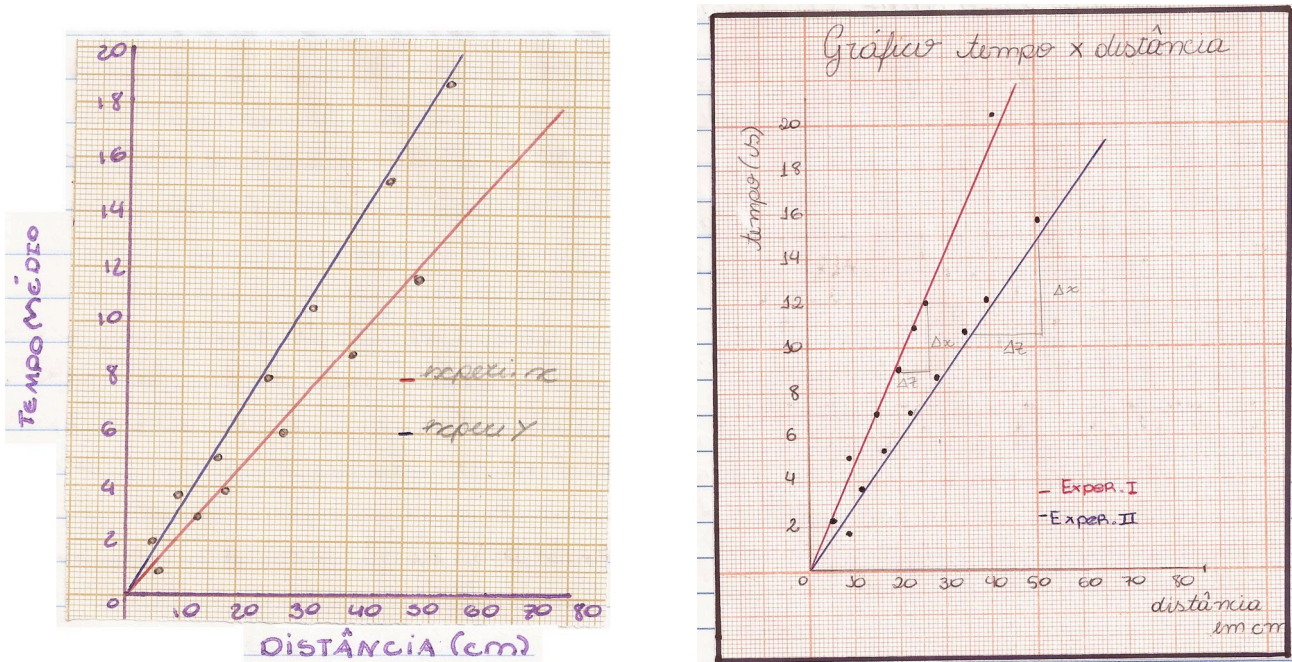


Figura 5 - Exemplos de gráficos construídos com a inversão dos eixos.

A definição da escala é, portanto, uma ação muito importante durante a construção da representação gráfica. Dependendo da escala adotada, pode-se alterar completamente o aspecto geral do gráfico, facilitando ou dificultando sensivelmente sua interpretação. Ao se construir um gráfico, várias decisões devem ser tomadas ao se determinar a escala. Em termos gerais, tais decisões referem-se à adoção da unidade de referência, o intervalo de dados a ser representados, a quantidade de intervalos e o espaçamento desses intervalos.

A análise dos dados nos permitiu classificar as escalas adotadas pelos alunos em três tipos distintos:

- **Escala incorreta:** os valores foram representados de maneira não linear ou não proporcional. Normalmente, o estudante utilizou espaços iguais para representar intervalos diferentes (figura 6).
- **Escala inadequada:** na folha de resposta, foi reservada uma área quadriculada para que o estudante construísse o gráfico. Porém, alguns estudantes utilizaram de maneira inadequada a área (figura 7). Alguns utilizaram uma escala muito grande, gerando um gráfico muito pequeno, dificultando o exame de seus detalhes. Outros extrapolaram a área fornecida, representando apenas parcialmente os dados do gráfico.
- **Escala correta:** neste caso, os estudantes utilizaram de maneira adequada a área quadriculada fornecida (Figura 10).

A Tabela 6 compara o desempenho dos estudantes no pré e no pós-teste com relação à construção da escala do gráfico. O desempenho dos estudantes no pós-teste foi superior -  $\chi^2(2) = 20,309$ ,  $p \leq 0,001$ . No pré-teste, 23,0% dos estudantes representaram incorretamente a escala do

gráfico. Como foi dito, o erro mais comum foi o de representar os valores das distâncias da tabela igualmente espaçados no gráfico, como na figura 6. Ainda no pré-teste, cerca de 12% dos estudantes construíram as escalas do gráfico de maneira inadequada. Já no pós-teste, apenas 15% dos estudantes utilizaram escalas incorretas ou inadequadas na construção de seus gráficos.

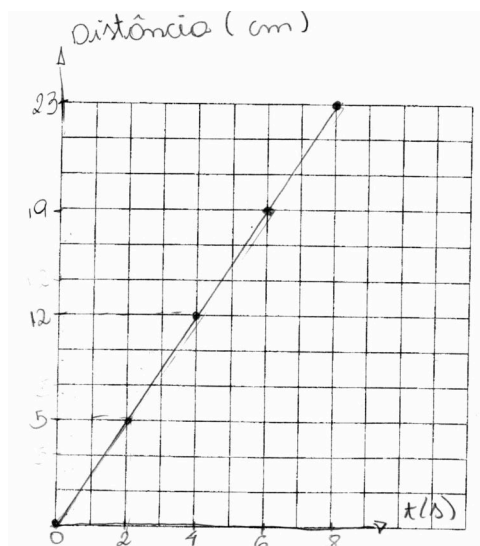


Figura 6 - Exemplo de gráfico com escala incorreta

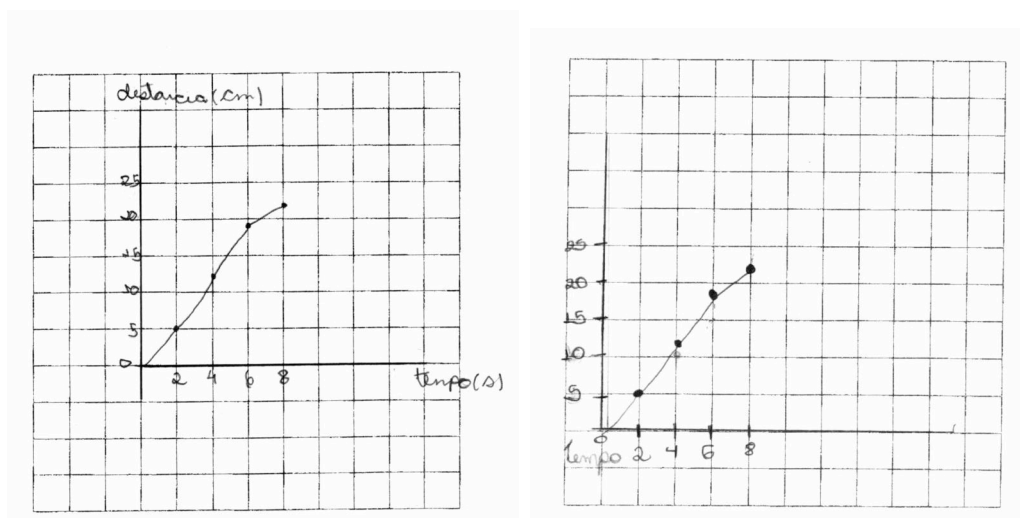


Figura 7 - Exemplos de gráficos com escala inadequada

Tabela 6 - Desempenho dos estudantes na representação das escalas do gráfico

Escala	Pré-teste		Pós-teste	
	N	%	N	%
Incorreta	49	23,0	14	8,1
Inadequada	25	11,7	12	6,9
Correta	139	65,3	147	85,0
<b>Totais</b>	<b>213</b>	<b>100</b>	<b>173</b>	<b>100</b>

A comparação dos resultados dos estudantes que realizaram os dois testes está na Tabela 7. Dos 154 estudantes que realizaram os dois testes, 105 representaram corretamente as escalas nos dois testes. Dos 49 restantes, 34 estudantes (69,4%) desenvolveram melhor a habilidade de



representação da escala do gráfico, o que resultou numa diferença significativa em relação ao pré-teste –  $MH(154) = 2,739, p = 0,007$ .

**Tabela 7** - Resultados dos estudantes na representação da escala do gráfico

Escala	Pós-teste			Total
	Correta	Inadequada	Incorreta	
Pré-teste Correta	105	2	1	<b>108</b>
Inadequada	14	4	0	<b>18</b>
Incorreta	16	4	8	<b>28</b>
Total	<b>135</b>	<b>10</b>	<b>9</b>	<b>154</b>

### Localização dos pontos

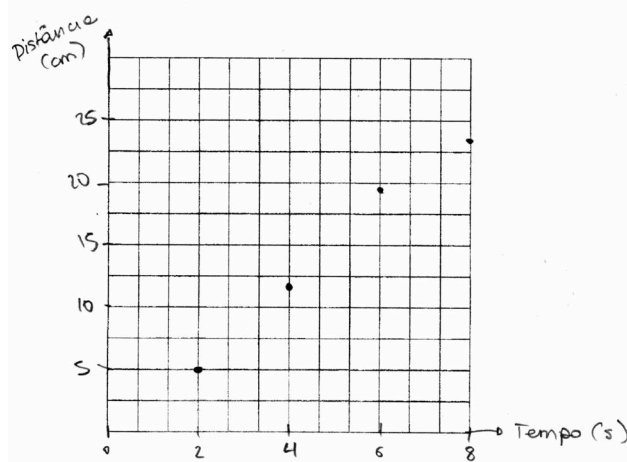
Analisamos também a capacidade dos estudantes em representar no gráfico os pares ordenados previamente tabelados. Mevarech e Kramarky (1997) afirmam que, quando solicitados a construir gráficos a partir de um conjunto de dados fornecidos, os estudantes a partir de 12 anos já não encontram dificuldades para representá-los adequadamente no gráfico, mas enfrentam dificuldades para, por exemplo, traçar a reta entre os pontos.

Os estudantes participantes, em geral, não encontraram dificuldades para representar, corretamente, os pares ordenados de dados previamente tabelados. Já no pré-teste, 94,3% dos estudantes representaram corretamente os valores no gráfico. No pós-teste, esse valor chegou a 97,1%. Apenas cinco estudantes que fizeram a questão no pós-teste tiveram problemas em representar corretamente os pontos no gráfico, indicando que isso não representa grandes dificuldades para alunos ingressantes no Ensino Médio.

### Linha do gráfico

Por fim, investigamos a forma como os estudantes traçaram a curva no gráfico. A análise dos gráficos feitos pelos estudantes revelou três tendências principais:

- Não traçaram a linha: esses alunos não reconheceram a necessidade de traçar a linha do gráfico. Para eles, fazer o gráfico é marcar os pontos. O gráfico na Figura 8 exemplifica a maioria dos gráficos assim categorizados.



**Figura 8** - Gráfico no qual o estudante não traçou a reta.

- Ligaram os pontos: nesses casos, os alunos ligaram os pontos consecutivos com segmentos de reta, originando um gráfico todo fragmentado (Figura 9).

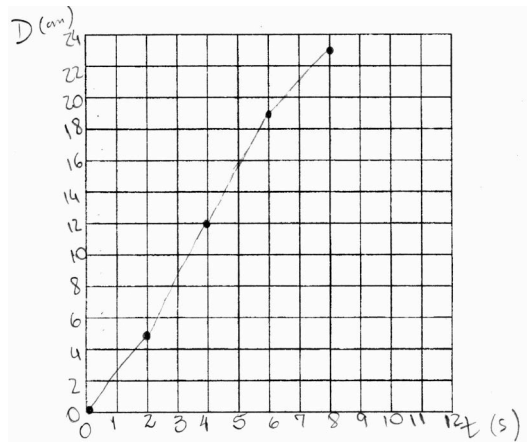


Figura 9 - Gráfico no qual o estudante ligou os pontos através de segmentos de reta

- Traçaram a reta que melhor se ajusta: nesses casos, os estudantes traçaram a reta que mais se ajusta aos pontos do gráfico, traçando uma única reta por todos os pontos (Figura 10).

A ação de ligar dois pontos consecutivos do gráfico através de um segmento de reta é muito comum entre os estudantes dos ensinos fundamental e médio. Quando isso ocorre, os estudantes percebem que precisam desenhar uma linha no gráfico, porém não entendem o real significado da continuidade do gráfico, o que não é trivial e implica em suposições acerca da relação entre as grandezas representadas.

No pré-teste, dos 205 estudantes, a grande maioria, 70,2% (144) preferiu ligar os pontos com segmentos de reta. Apenas 30 estudantes (14,6%) traçaram a melhor reta que se ajusta aos pontos do gráfico. Já no pós-teste, há um aumento da porcentagem estudantes que traçaram a melhor reta (55,5%) e a conseqüente diminuição das demais ações.

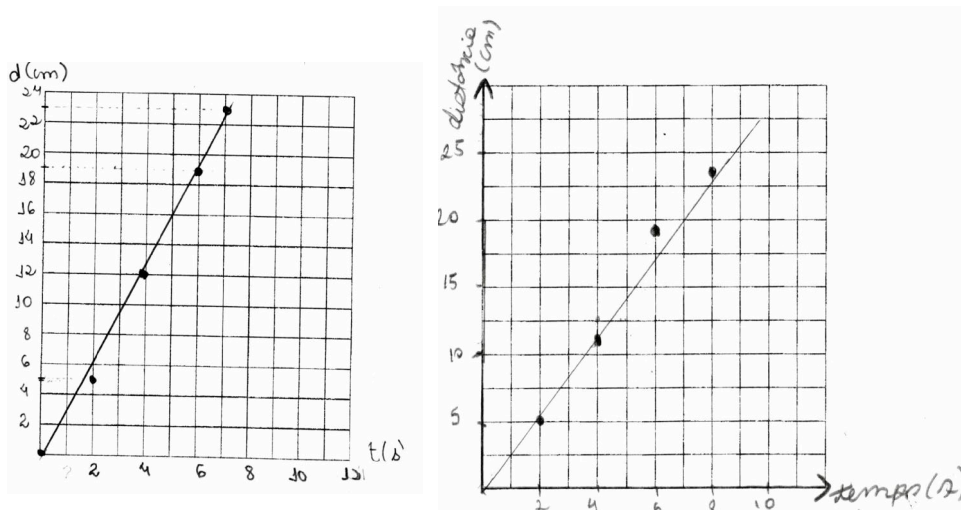


Figura 10 - Gráficos nos quais os estudantes traçaram a reta que mais se ajusta aos dados

Para se comparar os resultados dos testes, utilizamos a Tabela 8. Percebe-se que, dos 154 estudantes que fizeram os dois testes, apenas 15 traçaram a melhor reta nos dois testes. Dos 139 restantes, 79 estudantes (56,8%) utilizaram uma ação mais sofisticada no pós-teste, o que resultou numa diferença significativa entre os testes –  $MH(154) = 3,314$ ,  $p = 0,001$ . O resultado não

surpreende, visto que aprender a trabalhar com gráficos é um objetivo importante da série e das atividades práticas desenvolvidas, segundo os professores de Física da escola.

**Tabela 8** - Comparação das ações dos estudantes nos testes

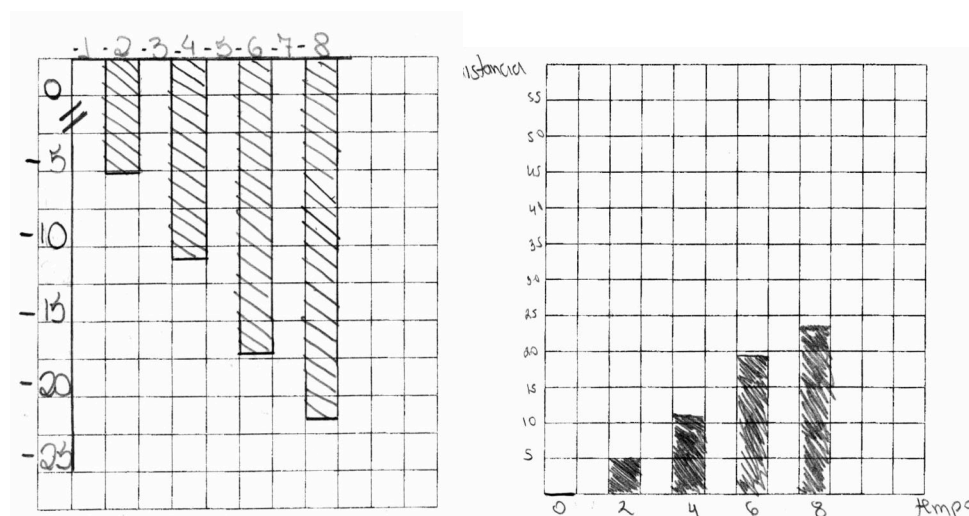
Ação	Pós-teste			Total	
	Traçou a melhor reta	Ligou os pontos	Não traçou a linha		
Pré-teste	Traçou a melhor reta	15	5	0	20
	Ligou os pontos	59	47	4	110
	Não traçou a linha	14	6	4	24
	<b>Total</b>	<b>88</b>	<b>58</b>	<b>8</b>	<b>154</b>

Investigamos a relação entre o desempenho dos estudantes nas questões 1 e 2. Para tanto, comparamos as respostas do pós-teste dos estudantes que, nessa questão, traçaram a reta que mais se adequava aos pontos fornecidos, com suas respostas à **Questão 2**. Ao todo, 146 estudantes fizeram as duas questões no pós-teste. Desses, 82 construíram seus gráficos, nessa questão, traçando a melhor reta. Desses 82 estudantes, 80 também traçaram a reta que melhor se ajustava aos pontos no gráfico da Questão 1. Tal resultado demonstra que, houve uma relação entre o desempenho dos estudantes nas duas questões.

### Representação gráfica

Por fim, foi analisado se o gráfico construído pelo estudante foi adequado para representar a relação dos dados presentes na tabela. Considerou-se como apropriado aquele no qual o estudante levou em consideração os quatro aspectos acima analisados. Ou seja, se o estudante representou adequadamente os eixos, se adotou uma escala correta e adequada, se representou corretamente os valores no gráfico e se traçou a reta que melhor se adequava aos dados disponíveis.

Dos 213 que fizeram o pré-teste, apenas 10 estudantes (4,7%) construíram adequadamente o gráfico da **Questão 1**, enquanto que no pós-teste, essa percentagem elevou-se para cerca de 45% (77 estudantes). Além disso, no pré-teste, oito estudantes representaram os dados da tabela em gráficos de barras, como ilustrados na Figura 11. No pós-teste, nenhum estudante utilizou gráfico de barras para representar os dados da tabela.



**Figura 11** - Exemplos de gráficos de barra construídos pelos estudantes

A decisão de traçar ou não uma linha conectando de alguma forma os pontos do gráfico não é trivial. Os resultados de pesquisas (Leinhardt, Zaslavsky & Stein, 1990) indicam que os indivíduos erram nas duas direções, ou seja, muitos estudantes constroem gráficos de barra quando deveriam construir uma linha contínua ou apenas marcam no gráfico os pontos fornecidos, não traçando a curva. Isso pode ser bastante compreensível, uma vez que os estudantes participantes ainda não aprenderam no 1º ano do ensino médio o significado de grandezas contínuas e discretas, sobre o significado da continuidade/descontinuidade do gráfico.

A Tabela 9 mostra a comparação dos resultados dos estudantes que realizaram os dois testes. Na tabela, incluímos os alunos que, no pré-teste, construíram gráficos de barra. Dos 158 estudantes que realizaram os dois testes, apenas 5 representaram adequadamente o gráfico nos dois testes. Dos 153 restantes, 69 (43,7%) conseguiram representar adequadamente o gráfico no pós-teste, o que representou uma diferença significativa entre os testes – MH (158) = 8,12,  $p < 0,001$ .

**Tabela 9** - Comparação dos resultados dos estudantes entre os testes – Construção gráfica

	Representação	Pós-teste		Total
		Adequada	Inadequada	
Pré-teste	Adequada	5	1	6
	Inadequada	69	83	152
Total		74	84	158

Apesar da melhora no desempenho, mais da metade dos estudantes não traçou adequadamente os gráficos no pós-teste. Os principais erros cometidos pelos estudantes, como se pôde acompanhar na análise dos dados foram a utilização de uma escala inadequada/incorrecta e, principalmente, a ligação dos pontos consecutivos nos gráficos através de segmentos de reta.

### *Interpolação e extrapolação*

Uma das funções dos gráficos durante a realização de uma atividade experimental é facilitar a análise dos dados. Frequentemente, essa análise requer que façamos estimativas ou previsões. Isso implica em fazermos interpolações e extrapolações a partir dos dados disponíveis. Portanto, investigou-se a habilidade dos estudantes em realizar tais tarefas.

No **item (ii)** da **Questão 1** foi solicitado que os estudantes fizessem uma interpolação, ao perguntar sobre um valor entre os pontos fornecidos na tabela. Tal análise corresponde ao nível de leitura entre os dados. No caso, perguntou-se qual seria a distância percorrida para um tempo igual a 5 segundos. Foram consideradas respostas corretas, aquelas cujos valores estivessem entre 14 e 16 centímetros, inclusive.

Analisando os resultados, percebe-se que a interpolação não representa grandes problemas para os estudantes. Já no pré-teste, quase 75% dos estudantes haviam respondido um valor considerado correto, enquanto, no pós-teste, essa percentagem aumentou para quase 85%. Para fazer a interpolação corretamente o estudante deve saber ler os valores adjacentes disponíveis e raciocinar em termos de proporcionalidade.

A comparação dos resultados dos testes está na Tabela 10. Dos 151 estudantes que responderam à questão nos dois testes, 101 a responderam corretamente nos dois testes. Dos outros 50, 30 estudantes (60%) responderam corretamente no pós-teste, evidenciando que o desempenho dos estudantes no pós-teste foi superior – MH(151) = 2,777,  $p = 0,008$ .

**Tabela 10** - Comparação dos resultados dos estudantes nos testes – Interpolação

	Interpolação	Pós-teste		Total
		Correta	Incorreta	
Pré-teste	Correta	101	12	113
	Incorreta	30	8	38
Total		131	20	151

Porém, o desempenho dos estudantes na extrapolação não foi tão bom. No **item (iii)** da questão foi solicitado aos estudantes que estimassem, qual seria a distância percorrida após 10 segundos. Para estimar esse valor, os estudantes deveriam fazer uma extrapolação, uma vez que eram exibidos valores na tabela até 8 segundos. A ação de realizar uma extrapolação corresponde ao nível de *leitura além dos dados* proposto por Curcio (1987).

Os estudantes enfrentaram maiores dificuldades na extrapolação do que na interpolação e não houve diferenças significativas no desempenho dos estudantes entre os testes. No pré-teste, cerca de 45% dos estudantes obtiveram um valor considerado correto (valores entre 28 e 31 centímetros, inclusive). No pós-teste, a porcentagem aumentou ligeiramente para 48%. Ou seja, a maioria dos estudantes, ao final do primeiro ano do Ensino Médio, ainda enfrentava dificuldades relacionadas à extrapolação dos dados de um gráfico.

### Considerações finais

Neste trabalho, foram investigadas as habilidades de construir e analisar gráficos de estudantes do 1º ano do ensino médio por meio de duas questões que foram aplicadas no início e ao final do ano letivo. No geral, os estudantes demonstraram uma boa evolução em suas representações gráficas, com diferenças significativas entre seus desempenhos no pré e pós-teste.

Na **Questão 2**, a porcentagem de alunos que traçou a melhor reta que se ajustava ao conjunto dos pontos aumentou de 66,8% para 88,8%, ao passo que a porcentagem dos estudantes que traçaram vários segmentos de reta ligando os pontos adjacentes diminuiu de 33,2% para 11,2%. Essa é uma prática comum entre os estudantes, talvez por não perceberem ainda que os pontos de um gráfico raramente possuem sentido e importância isoladamente. Isso pode ser corroborado pelas estratégias demonstradas pelos estudantes para determinar a constante elástica da mola. Mais da metade dos estudantes que ajustaram uma reta aos pontos do gráfico, quando calcularam a constante elástica não o fizeram utilizando a inclinação da reta, mas utilizaram outra estratégia para isso. A mais comum delas foi a aplicação da fórmula a apenas um ponto do gráfico. Isso demonstra que os estudantes, no geral, aprendem que devem traçar apenas uma reta entre os pontos, mas não compreendem bem o que ela representa ou o que isso contribui para a interpretação do gráfico e da relação entre as grandezas representadas.

Na **Questão 1**, apenas 5% dos estudantes construíram o gráfico de maneira adequada no pré-teste, enquanto no pós-teste, essa porcentagem aumentou para cerca de 45%. Ao construírem o gráfico, quase a totalidade dos estudantes não teve problemas em representar os pares ordenados no espaço apropriado. Alguns estudantes, mesmo após a construção de diversos gráficos ao longo do ano, continuam com dificuldades em fazer escolhas quanto a melhor escala para os eixos e em representar as variáveis independente e dependente nos seus respectivos eixos coordenados. A principal dificuldade dos estudantes ao construir os gráficos foi o traçado da reta que melhor se ajusta aos pontos.

Apenas pouco mais da metade (56%) dos estudantes no pós-teste traçaram apenas uma reta pelos pontos, enquanto alguns estudantes continuam a não reconhecer a necessidade de traçar tal reta. Esse fato ou o de representar os dados na forma de gráficos de barra podem indicar pouca

clareza acerca da natureza contínua das variáveis envolvidas no problema. Mais importante é que esses estudantes não parecem compreender que o sentido de traçar uma reta (ou curva) que melhor se ajusta aos pontos é estabelecer uma relação entre as variáveis.

A diferença entre o desempenho dos estudantes nas questões de interpolação e extrapolação também indica isso. O desempenho dos estudantes na tarefa de interpolação foi superior ao seu desempenho na tarefa de extrapolação, tanto no pré quanto no pós-teste. Para a interpolação, os estudantes não precisavam necessariamente orientar-se pelo gráfico. Eles poderiam, como muitos fizeram, observar os dados na tabela e obter o valor diretamente da mesma, baseando-se em raciocínio de proporcionalidade. Já para a extrapolação, a curva que melhor se ajusta aos pontos do gráfico é fundamental para se obter informações sobre valores que vão além dos dados tabelados. Como muitos estudantes não traçaram a reta, eles provavelmente tiveram mais dificuldades em determinar corretamente o valor procurado.

Os resultados da pesquisa indicam que os estudantes, ao ingressarem no ensino médio, possuem dificuldades na construção e interpretação gráfica. Defende-se, assim como Ainley (2000), que seja necessário trabalhar com diferentes formas de representações dos mesmos dados, discutindo-se as vantagens e desvantagens de cada, pois a familiaridade e o domínio das representações gráficas emergem por meio do uso e não é inerente ao tipo de representação. A transição entre representações de um mesmo fenômeno também pode ser estimulada. O uso de tecnologias da informação pode fornecer ferramentas que estimulem a curiosidade sobre representações gráficas de um mesmo fenômeno e pode ajudar o aluno a estabelecer conexões entre os dados e suas possíveis formas de representação.

Uma hipótese que se levanta para futuras pesquisas na área é a de que os estudantes falham ao construir ou interpretar gráficos, não pela falta de habilidades específicas, mas sim por não identificarem os propósitos da análise dos dados. Dessa forma, as questões que estão sendo perguntadas e como elas podem ser respondidas com o auxílio das representações gráficas devem ser amplamente discutidas e ficar claras para os estudantes.

Quando os alunos constroem tabelas e gráficos, eles têm a oportunidade de refinar suas compreensões, de rever o processo de investigação, compartilhar as ideias e analisar os dados. Engajar e motivar os estudantes para trabalhar com representações gráficas pode ser benéfico para que eles desenvolvam um conhecimento mais sofisticado sobre o conteúdo e os processos da investigação realizada. Wu e Krajcik (2006) ressaltam que à medida que os estudantes se tornam mais competentes na interpretação e construção gráfica, eles passam a expressar mais opiniões ou comentários sobre os dados ou sobre as conclusões feitas a partir dos gráficos. Com isso, os estudantes também podem desenvolver argumentos mais coerentes e mais fundamentados nos resultados obtidos.

Acredita-se que seja importante que professores e educadores saibam sobre as dificuldades e problemas enfrentados pelos estudantes ao trabalharem com representações gráficas para que possam ajudá-los a adquirirem uma maior e melhor compreensão das mesmas. As habilidades gráficas podem ser mais bem desenvolvidas por meio de atividades específicas e contextualizadas. A construção e a interpretação de representações gráficas em diferentes atividades, em diferentes contextos e áreas, podem fornecer aos estudantes a oportunidade de decidir como e qual representação deve ser utilizada, baseando-se nas características de cada representação, nas características dos dados e nos objetivos das atividades.

**Referências bibliográficas**

- Agrello, D. A. & Garg, R. (1999). Compreensão de gráficos em cinemática em física introdutória. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 21 (4), 103-115.
- Ainley, J. (2000). Transparency in graphs and graphing tasks. An iterative design process. *Journal of Mathematical Behavior*, v. 19, 365-384.
- American Association for the Advancement of Science. (1990). *Science for all americans - Project 2061*. New York: Oxford University Press.
- Araujo, I. S.; Veit, E. A. & Moreira, M. A. (2004). Atividades de modelagem computacional no auxílio à interpretação de gráficos da Cinemática. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 26 (2), 179-184.
- Beichner, R. J. (1994). Testing student interpretation of kinematics graphs. *American Journal of Physics*, 62 (8), 750-762, 1994.
- Borges, A. T. (2002). Novos rumos para o laboratório escolar de Ciências. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, 19 (3), 291-313.
- Bowen, G. M. & Roth, W. M. (2005). Data and graph interpretation practices among preservice science teachers. *Journal of Research in Science Teaching*, 42 (10), 1063-1088.
- Brasil. (1999). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: MEC/SEMTEC.
- Camargo Filho, P. S. D., & Laburú, C. E. (2013). Uma proposta de referencial analítico de gráficos cartesianos de cinemática a partir de tabelas. *Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências*, 15(1), 49-65.
- Carpenter, P. A. & Shah, P. (1998). A model of the perceptual and conceptual processes in graph comprehension. *Journal of Experimental Psychology: Applied*, 4 (2), 75-100, 1998.
- Cook, M. P. (2006). Visual representations in science education: The influence of prior knowledge and cognitive load theory on instructional design principles. *Science Education*, 90: 1073–1091.
- Costa, A. M. & Borges, A. T. (2007). *A história de um movimento*. In: Mortimer, E. F. (Ed.). VI Encontro de Pesquisa em Educação em Ciências, Florianópolis: 2007. Atas... Belo Horizonte: ABRAPEC.
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18 (5), 382-393.
- Forster, P. A. (2004). Graphing in physics: processes and sources of errors in tertiary entrance examinations in western Australia. *Research in Science Education*, 34, 239-265.
- Friel, S. N.; Curcio, F. R. & Bright, G. W. (2001). Making Sense of Graphs: Critical Factors Influencing Comprehension and Instructional Implications. *Journal of Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Gattis, M. & Holyoak, K. J. (1996). Mapping conceptual to spatial relations in visual reasoning. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 22(1), 231-239.
- Gattis, M. (2002). Structure mapping in spatial reasoning. *Cognitive Development*, (17), 1157-1183.

- Julio, J.; Vaz, A. & Borges, A. T. (2008). *Construção de gráficos em atividade de investigação: microanálise de aulas de física*. In: Garcia, N. M. D. et al. (Ed.). XI Encontro de Pesquisa em Ensino de Física, Curitiba: 2008. Atas...São Paulo: Sociedade Brasileira de Física.
- Leinhardt, G. & Zaslavsky, O. & Stein, M. K. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1-64.
- Lubben, F.; Allie, S. & Buffler, A. (2010). Experimental Work in Science. In: M. ROLLNICK, (Ed.) *Identifying Potential for Equitable Access to Tertiary Level Science*. (pp. 135-152). Springer Netherlands.
- Mcdermott, L. C.; Rosenquist, M. L. & Van Zee, E. H. (1987). Student difficulties in connecting graphs and physics: Examples from kinematics. *American Journal of Physics*, 55(6), 503-513.
- Mevarech, Z. R. & Kamarsky, B. (1997). From verbal descriptions to graphic representations: stability and change in students' alternative conceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 32, 229-263.
- Roth, W. M.; Pozzer-Ardenghi, L. & Han, J. Y. (2007). *Critical Graphicacy. Understanding visual representation practices in school science*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Roth, W.M. & McGinn, M. K. (1997). Graphing: Cognitive ability or practice? *Science Education*, 81(1), 91-106.
- Shah, P. & Hoeffner, J. (2002). Review of graph comprehension research: implications for instruction. *Educational Psychology Review*, 14(1), 47-69.
- Shah, P.; Mayer, R. E. & Hegarty, M. (1999). Graphs as aids to knowledge construction: Signaling techniques for guiding the process of graph comprehension. *Journal of Educational Psychology*, 91(4), 690-702.
- Vekiri, I. (2002). What is the value of graphical displays in learning? *Educational Psychology Review*, 14(3), 261-312.
- Woolnough, J. (2000). How do students learn to apply their mathematical knowledge to interpret graphs in physics? *Research in Science Education*, 30(3), 259-267.
- Wu, H. K. & Krajcik, J. S. (2006a). Exploring middle school students' use of inscriptions in project-based science classrooms. *Science Education*, 90 (5), 852-873.
- Wu, H. K. & Krajcik, J. S. (2006b). Inscriptional practices in two inquiry-based classrooms: A case study of seventh graders' use of data tables and graphs. *Journal of Research in Science Teaching*, 43(1), 63-95.