

A EXPERIMENTAÇÃO INVESTIGATIVA COMO POSSIBILIDADE DIDÁTICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA: O PROBLEMA DAS FORMAS EM UM CLUBE DE CIÊNCIAS

The investigative experimentation as didactic possibility in the teaching of Mathematics: The problem of forms in a Science Club

Willa Nayana Corrêa Almeida [willa.almeida@hotmail.com]

João Manoel da Silva Malheiro [joaomalheiro@ufpa.br]

Universidade Federal do Pará - UFPA

Rua Augusto Corrêa, Bairro Guamá, Belém - PA, CEP: 66075-110

Recebido em: 20/07/2018

Aceito em: 12/02/2019

Resumo

O presente estudo visa apresentar a experimentação investigativa como uma possibilidade didática na Educação Matemática. Para tanto, descrevemos uma sequência de ensino investigativo intitulada “Problema das Formas”, que buscava discutir os conceitos introdutórios de área e perímetro de figuras planas, explorando questões ligadas a maximização de áreas e minimização de perímetros. A pesquisa se caracteriza como qualitativa, sendo desenvolvida no Clube de Ciências “Prof. Dr. Cristovam W. P. Diniz”. O espaço investigado é considerado um ambiente alternativo destinado ao ensino, pesquisa e extensão de ações didáticas voltadas as Ciências e Matemáticas. A atividade seguiu as etapas pedagógicas da experimentação investigativa, na qual participaram quatro alunos do quinto ano (Grupo 1) e três do sexto ano (Grupo 2), totalizando sete sujeitos, sendo todos de escolas públicas, com idades variando entre 10 e 14 anos. Concebemos que, a partir da metodologia da experimentação investigativa, conseguimos propiciar um momento educativo diferenciado a nossos estudantes, no qual suas falas, concepções e ideias foram valorizadas, contribuindo na construção do conhecimento matemático e na promoção do pensamento independente e crítico-reflexivo desses discentes.

Palavras-Chaves: Educação Matemática. Experimentação Investigativa. Clube de Ciências.

Abstract

The present study aims to present the investigative experimentation as a didactic possibility in Mathematics education. Therefore, we describe a teaching sequence entitled "Problem of Forms", which sought to discuss the introductory concepts of area and perimeter of plane figures, exploring issues related to the maximization of areas and minimization of perimeters. The research is characterized as qualitative, being developed in a Science Club “Prof. Dr. Cristovam W. P. Diniz”. The space investigated is considered an alternative environment destined to the teaching, research and extension of didactic actions directed to Sciences and Mathematics. The activity followed the pedagogical stages of the investigative experimentation, in which four students from the fifth year (Group 1) and three from the sixth year (Group 2), totaling seven subjects, all from municipal or state public schools, ranging from 10 to 14 years old. We conceive that from the methodology of the investigative experimentation, we were able to provide an educational moment differentiated to our students, in which their speeches, conceptions and ideas were valued, contributing in the construction of mathematical knowledge and in the promotion of the independent and critical-reflexive thinking of these students.

Keywords: Mathematics Education. Investigative Experimentation. Science Club.

Introdução

Tradicionalmente, as aulas de Matemática são caracterizadas pela aplicação e sistematização de conhecimentos por meio de uma comunicação unidirecional do professor para os alunos, seguido de treinos e repetições exorbitantes de definições, técnicas e demonstrações que geram uma atividade rotineira e mecânica. Entretanto, tal “prática de ensino mostrou-se ineficaz, pois a reprodução correta poderia ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir, mas não aprendeu o conteúdo” (Brasil, 1998, p. 30).

De acordo com Lorenzato (2010), no ensino de geometria essa situação não se diferencia, pois apesar de seu importante papel na aprendizagem da Matemática aplicada e cotidiana, esta área de estudo não tem ocupado o seu devido lugar, uma vez que as conjecturas geométricas exigem dos estudantes não apenas a reprodução de fórmulas, mas também a utilização de relações palpáveis articuladas com modelos concretos e experiências aplicadas ao seu meio externo.

Nesse processo educacional engessado, enfatiza-se apenas a ciência a ser ensinada, sendo desconsiderado o discente como aprendiz, como aquele que se envolve e participa da construção de seus conhecimentos. Assim, o educador deve promover momentos de problematização em sala de aula, propondo atividades, desafios e solução de problemas do mundo real, que favoreçam a interação, a descoberta de novos saberes e a manipulação de materiais. Isso implica em um ensino ativo no qual o docente percebe-se como sujeito que organiza situações didáticas envolvendo seus alunos para gerar novas aprendizagens (Malheiro & Fernandes, 2015; Malheiro, 2016).

Destarte, metodologias ativas de aprendizagem, em especial a experimentação investigativa, assumem um papel de destaque como método de ensino que desperta o interesse do discente e favorece uma aprendizagem diferenciada, na qual as falas, concepções e ideias dos estudantes são valorizadas, contribuindo na construção do conhecimento matemático e na promoção do pensamento crítico-reflexivo (Carvalho et al., 2009; Carvalho, 2013; Almeida, 2017).

Diante do exposto, esta investigação busca apresentar a experimentação investigativa como uma possibilidade didática na Educação Matemática. Para tanto, descrevemos uma sequência de ensino intitulada “Problema das Formas”, que buscava discutir os conceitos introdutórios de área e perímetro, explorando questões ligadas a maximização de áreas e minimização de perímetros, sendo desenvolvida com discentes participantes do Clube de Ciências “Prof. Dr. Cristovam W. P. Diniz”.

A experimentação em sala de aula

Experimentar é próprio da natureza humana, por essa razão crianças pequenas se expõem ao perigo ao tentar conhecer tudo o que as rodeia, os jovens testam seus limites, já os adultos experienciam para aperfeiçoar seus saberes na culinária, no trânsito, no jogo, etc. Assim sendo, conforme Lorenzato (2010), essa ação assume o sentido de pôr a prova, ensaiar, verificar um determinado fenômeno, investigar.

Na escola, a experimentação é um processo que permite o aluno se envolver com o conteúdo em estudo, levantar hipóteses, procurar alternativas, avaliar resultados, bem como participar das descobertas e socializações com seus pares. Desta forma, as atividades experimentais possuem um caráter motivador, promovendo o raciocínio, a reflexão, a construção do conhecimento e uma melhor compreensão das etapas de ação das ciências (Rosito, 2000; Laburú, 2006; Lorenzato, 2010; Malheiro, 2016).

De acordo com Lorenzato (2010), experimentar é valorizar também a construção do conhecimento em vez do resultado dele, pois mais importante que conhecer a solução é saber como encontrá-la. Tal aspecto desperta o interesse do discente e favorece a aprendizagem com significado, pois “só é possível explicar um fenômeno a partir do momento em que este seja pessoalmente significativo, a partir do momento em que a curiosidade seja despertada nos estudantes” (Francisco Junior; Ferreira & Hartwig, 2008, p. 36).

A utilização da experimentação em sala de aula exige que o professor conheça bem o assunto a ser aprendido pelos discentes, que os objetivos estejam bem definidos, que as estratégias de ensino e abordagem estejam adequadas, e que os materiais didáticos estejam disponíveis (Laburú, 2006; Lorenzato, 2010). Para Carvalho et al. (2009, p. 12), o educador deve ainda “saber de antemão que dificuldades seus alunos podem ter e que perguntas eles podem fazer, além das que ele mesmo deverá fazer para que os alunos tenham possibilidade de dizer o que estão pensando”.

Sobre os materiais, muitos docentes acreditam que o ensino experimental exige equipamentos avançados e sofisticados, entretanto, conforme afirmam Rosito (2000) e Carvalho et al. (2009), é possível realizar experimentos na sala de aula, ou mesmo fora dela, utilizando materiais de baixo custo.

Segundo Oliveira (2010), a experimentação pode ser organizada de muitas maneiras, desde estratégias que focalizam a simples ilustração ou verificação de leis, até aquelas que estimulam a criatividade dos alunos e proporcionam condições para refletirem e reverem suas ideias a respeito dos mais variados fenômenos. Araújo & Abib (2003) acrescentam ainda que as práticas experimentais podem ser classificadas em três tipos de abordagens ou modalidades, são elas: atividades de demonstração, de verificação e de investigação.

Os experimentos de demonstração caracterizam-se pela simples ilustração de alguns aspectos dos conteúdos abordados. É um exercício centrado no professor, pois somente ele executa o ensaio experimental enquanto os alunos observam os fenômenos ocorridos. Geralmente são integradas nas aulas expositivas, sendo realizadas no seu início, com o intuito de despertar o interesse do aluno para o tema a ser estudado, ou no término da lição ou módulo temático, como forma de relembrar os conceitos apresentados (Araújo & Abib, 2003; Oliveira, 2010).

Já as práticas de verificação são empregadas com a finalidade de se verificar a validade de uma lei ou teoria. Pelo fato de necessitar da abordagem prévia do conteúdo, essa modalidade deve ser aplicada após a aula expositiva. Ao educador cabe a função de propor o experimento e fiscalizar as ações dos alunos (Araújo & Abib, 2003). Conforme Oliveira (2010), a desvantagem desse tipo de atividade consiste na pouca contribuição na aprendizagem de conceitos e dos resultados serem relativamente previsíveis, o que não estimula a curiosidade e a participação proativa dos estudantes.

As atividades experimentais investigativas representam uma estratégia em que experimentos qualitativos são propostos como forma de investigar as relações e conceitos em foco. Os alunos ocupam uma posição mais ativa no processo de construção do conhecimento, assumindo uma maior participação nas etapas a serem desenvolvidas (Araújo & Abib, 2003; Oliveira, 2010; Malheiro, 2016; Almeida, 2017).

Para Sasseron (2013), investigação está relacionada com pesquisa, podendo acontecer tanto em meios científicos e acadêmicos quanto em sala de aula, sendo que o mais importante não é o seu fim, mas o caminho trilhado. Segundo a autora, o essencial é que esses momentos de ensino apresentem uma problemática instigante, assim como condições para resolvê-la.

Malheiro & Fernandes (2015) acrescentam que o recurso ao trabalho experimental investigativo tem o objetivo de resolver um problema real, constituindo uma estratégia pedagógica com “potencial inovador, porquanto possibilita o trabalho em grupo, a pesquisa e a construção de

novos conhecimentos e, por isso também, potenciadora de aprendizagens mais amplas e significativas para os alunos” (Malheiro & Fernandes, 2015, p. 80).

Logo, a atividade experimental deve surgir em virtude da problematização de um conteúdo, pois se uma aula for organizada de forma a colocar o discente diante de um problema, “poderá contribuir para o aluno raciocinar logicamente sobre a situação e apresentar argumentos na tentativa de analisar os dados e apresentar uma conclusão plausível” (Suart & Marcondes, 2008, p. 3).

Outro aspecto importante a ser observado na modalidade experimental investigativa é o papel do professor, já que o experimento, sua interpretação e expressão de linguagem científica deixam de ser sua única responsabilidade, passando a assumir a função de problematizador e estimulador de perguntas e reflexões dos estudantes. Desta maneira, existe uma “troca de saberes entre os sujeitos envolvidos no ato educativo, necessariamente comunicativo, pelo qual se constrói um conhecimento novo” (Francisco Junior; Ferreira & Hartwig, 2008, p. 40).

Dentro deste contexto teórico, Carvalho et al. (2009) e Carvalho (2013) propõem Sequências de Ensino Investigativo (SEI) focadas em práticas experimentais de investigação voltadas para o ensino fundamental, isto é, propostas de aulas abrangendo um tópico do programa escolar em que cada atividade é planejada sob o ponto de vista do material e das interações didáticas.

Tais sequências visam proporcionar aos alunos condições de trazer seus saberes prévios para iniciarem os novos, levantar suas hipóteses e testá-las, proporcionando momentos para que essas ideias sejam discutidas em grupo e com orientação do professor, passando do conhecimento espontâneo ao científico (Carvalho et al., 2009; Carvalho, 2013).

Desta forma, Carvalho et al. (2009) orientam os professores a adotarem uma cultura experimental em que o conhecimento é construído a partir da ação e reflexão dos resultados obtidos nas experimentações. Os autores apresentam, então, uma metodologia construtivista de ensino apoiada em sete etapas. Essas fases irão organizar e guiar o trabalho experimental investigativo, evidenciando o papel do educador e do aluno na atividade.

Carvalho et al. (2009) ressaltam que pode existir a possibilidade de superposição ou inversão dos momentos propostos, entretanto, é importante que o professor compreenda a função a cada fase. Desta maneira, evidenciamos no Quadro 1 as etapas da experimentação investigativa, destacando a postura do educador e dos alunos ao longo das atividades em cada momento.

Etapas	Descrição
1- O professor propõe o problema	Inicialmente, o professor precisa dividir a turma em grupos pequenos para facilitar o diálogo e a manipulação dos materiais. Em seguida, o educador propõe o problema aos estudantes, apresentando e distribuindo o material experimental a ser usado na solução da problemática.
2- Agindo sobre os objetos para ver como eles reagem	Os alunos se debruçam sobre o material experimental para se familiarizar com os elementos e verificar como eles reagem. O professor cabe o papel de identificar se o problema proposto foi entendido pelos grupos, dando alguma assistência, caso seja necessário, sem nunca dar respostas prontas.
3- Agindo sobre os objetos para obter o efeito desejado	Num segundo momento da manipulação, quando já estiverem habituados com o material, os estudantes passarão a agir para obter o efeito que corresponde a solução do problema. O educador deve pedir que os grupos mostrem e relatem o que estão fazendo, criando condições para que refaçam mentalmente suas ações e as verbalizem.
4- Tomando consciência de como foi produzido o efeito desejado	Depois que as equipes terminarem de resolver o problema, o professor deve recolher o material experimental e organizar os alunos em círculo ou semicírculo. Em seguida, deve pedir que todos relatem como fizeram para resolver o problema, levando-os a tomar consciência do que fizeram. O docente deve estar atendo as colocações e descrições.

5- Dando explicações causais	Quando o professor percebe que todos já relataram como fizeram para resolver o problema, ele deve solicitar que os alunos expliquem os motivos da solução encontrada. É nesta fase que os discentes buscam uma justificativa para o fenômeno, mostrando para todos uma argumentação científica sobre os conteúdos em foco.
6- Escrevendo e desenhando	Essa é a etapa da sistematização individual do conhecimento, em que o educador solicita aos estudantes que escrevam e/ou façam um desenho sobre a experiência, podendo ser sugerido que relatem o que fizeram e expliquem por quê o fenômeno aconteceu, bem como o que aprenderam com o experimento.
7- Relacionando atividade e cotidiano	Esse é o momento que se ultrapassa a manipulação dos objetos e propõem-se atividades que levam a contextualização social do conhecimento e/ou aprofundamento do conteúdo abordado pela experimentação. Podem ser usados diversos tipos de estratégias e materiais didáticos como: pequenos vídeos, imagens, desenhos, textos de contextualização, apresentações em slides, jogos, simulações, entre outros.

Quadro 1: Etapas da experimentação investigativa

Fonte: Adaptado de Carvalho et al. (2009)

Diante desses pressupostos, adotamos a experimentação investigativa como instrumento didático para o ensino de Matemática, por entendermos que ela favorece um ensino ativo, proporcionando atividades e tarefas que levam os estudantes a expor seus saberes e pensamentos sobre os conteúdos em foco.

O desenho metodológico da pesquisa

Considerando o objetivo dessa pesquisa, assumimos uma abordagem metodológica qualitativa de acordo com os pressupostos de Bogdan & Biklen (1994, p. 16), que a concebem como um conjunto de “estratégias de investigação que partilham determinadas características”, constituindo-se, assim, como um processo de reflexão e análise da realidade observada.

De acordo com a caracterização feita pelos autores, os dados são constituídos em um ambiente natural educativo, sendo ricos em pormenores descritivos. Logo, o investigador qualitativo busca observar todo o processo ao invés de apenas os resultados, sempre analisando as informações na medida que forem sendo obtidas e agrupadas, para assim se chegar a uma interpretação válida e fidedigna dos fatos alcançados.

A atividade experimental foi desenvolvida no Clube de Ciências “Prof. Dr. Cristovam W. P. Diniz” da Universidade Federal do Pará-Campus Castanhal, que busca implementar um ambiente de educação não-formal, destinado para o ensino, pesquisa e extensão de ações didáticas voltadas as Ciências e Matemáticas, almejando a popularização da ciência, a iniciação científica infanto-juvenil e a formação inicial e continuada de professores (Malheiro, 2016).

Para se alcançar os objetivos pretendidos, o Clube adota a experimentação investigativa como principal metodologia ativa utilizada. Assim, seguindo as etapas propostas por Carvalho et al. (2009), a cada dois sábados uma atividade experimental é desenvolvida. No primeiro dia de encontro, efetuam-se os seis primeiros passos de apresentação, resolução e discussão do problema, e o segundo sábado é dedicado a sétima e última etapa na qual é realizada a contextualização e a sistematização do conhecimento construído no decorrer do experimento (ver Quadro 1).

As atividades do projeto são voltadas para estudantes do ensino fundamental, mais especificamente 5º e 6º anos, e que residam e estudem na área entorno da universidade. Tal opção de público alvo deu-se em função da carência social e educacional existente na região. Além disso, segundo Carvalho et al. (2009), é nesse nível estudantil que os alunos devem e podem vivenciar os conceitos e fenômenos químicos, físicos, biológicos e matemáticos, de modo que construam seus primeiros significados importantes do mundo científico e cotidiano, e se sintam motivados a evoluir nos estudos.

Desta maneira, os discentes participantes da investigação¹ foram quatro alunos do quinto ano (Grupo 1) e três do sexto ano (Grupo 2), totalizando sete sujeitos, sendo todos de escolas públicas, com idades variando entre 10 e 14 anos. Seguindo as considerações de Doxsey & Riz (2007), os critérios de escolha dos partícipes foram representatividade de alunos de ambas as séries de ensino do projeto, assiduidade nas aulas, compromisso e envolvimento com as atividades desenvolvidas a cada sábado.

Para atender os princípios éticos, os sujeitos envolvidos nos diálogos serão identificados pela letra maiúscula A, acompanhada de números sequenciados para diferenciação de cada aluno (A1, A2, A3, A4, A5, A6 e A7). Já as falas da professora-monitora serão evidenciadas por Prof.

A atividade experimental investigativa: o problema das formas

A sequência de ensino seguiu as etapas de experimentação investigativa propostas por Carvalho et al. (2009), sendo composta de sete momentos específicos. Tal atividade foi adaptada de uma prática pedagógica apresentada por Cazzola (2008) e buscou problematizar os conceitos introdutórios de área e perímetro de figuras planas (Dolce & Pompeo, 2013), explorando questões ligadas a maximização de áreas e minimização de perímetros (Figueiredo, 1989; Vieira; Rodrigues & Agustini, 2005; Moreto, 2013).

Para auxiliar nesse processo, fizemos uso de experimentações e manipulações de objetos, bem como a observação, análise, interpretação e construção de figuras, imagens, desenhos e vídeos. Esses recursos possibilitaram um movimento de ida e volta, de composição e decomposição, que proporcionaram aos alunos a visualização, compreensão e operação das conjecturas geométricas em um todo e também das partes que as compõem, contribuindo, assim, no desenvolvimento do pensamento geométrico (Pais, 1996; Lorenzato, 2010).

Considerando o nível educacional dos estudantes (5º e 6º anos), nos delimitamos a introduzir o conceito de área e perímetro, apresentando a possibilidade de maximizar uma superfície ocupada minimizando o seu contorno (Almeida, 2017). Devido a confusão de definições e ideias que os alunos apresentaram durante o desenvolvimento da atividade, também buscamos destacar as características e aplicações no cotidiano das principais formas geométricas planas levantadas por eles (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio, pentágono, hexágono, heptágono, octógono, círculo).

É importante salientar que não procuramos explicitar as definições e fórmulas para o cálculo da área e do perímetro de cada uma das formas geométricas planas estudadas. Embora esse não fosse nosso objetivo, o professor poderia desenvolver esses conceitos em aulas subsequentes, utilizando o experimento para introduzir o conteúdo a ser estudado.

Como a proposta de ensino foi aplicada no Clube de Ciências “Prof. Dr. Cristovam W. P. Diniz”, aplicamos a atividade de acordo com sua programação. Desta maneira, os estágios da experimentação investigativa aconteceram em dois sábados consecutivos, com duração de 2 horas e 30 minutos em cada momento.

Com o intuito de deixar a atividade experimental mais lúdica e próxima dos discentes, foi solicitado que eles nomeassem a Sequência de Ensino Investigativo aplicada, a qual foi denominada de “Problema das Formas”, tendo suas etapas descritas a seguir.

¹ Ressaltamos que, ao realizarem a inscrição no Clube de Ciências, os pais ou responsáveis dos estudantes assinam o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), autorizando a participação das crianças nas pesquisas realizadas nesse ambiente de ensino, liberando o uso das falas e das imagens.

- *Etapa 1: O professor propõe o problema*

Essa etapa é composta por algumas ações que antecedem a proposição do problema. Assim sendo, inicialmente dividimos os alunos em duas equipes, considerando o seu nível de escolaridade. O Grupo 1 foi composto por quatro alunos do 5º ano e o Grupo 2 por três estudantes do 6º ano. De acordo com Carvalho et al. (2009), “é importante que os grupos sejam pequenos para facilitar o diálogo entre as crianças e permitir que elas tenham mais oportunidades de manipular o material”.

Em seguida, apresentamos e distribuimos os materiais a serem utilizados na resolução da situação problemática para cada grupo de alunos. Os objetos eram: 1- Bolinhas de gude/petecas²; 2- Bloquinhos de madeira unidos por um fio ou arame formando uma circunferência³.

É importante que os pedaços de madeira possuam uma certa distância entre si para que a peça não fique muito rígida, facilitando, assim, a manipulação dos estudantes na construção de variadas figuras planas. Para produzir esse espaço colocamos missangas em formato esférico, mas que poderiam ser substituídas por amarrações ou outros objetos (ver Figura 1).

Durante a resolução do problema, os alunos utilizaram alguns lápis como apoio na elaboração das formas. Essa ideia partiu dos alunos em um momento específico, logo não existe a necessidade de fornecer esses objetos, exceto se os estudantes solicitarem no decorrer da atividade.

Após a distribuição dos materiais, iniciamos a proposição da problemática a ser resolvida. Para isso, discutimos uma situação hipotética na qual os estudantes foram questionados se caso alguém decidisse criar uma nova cidade com um muro em volta dela, como elas achariam que deveria ser o formato dessa localidade. Em seguida, apresentamos o seguinte problema: **Entre todas as formas possíveis de uma cidade, qual o melhor formato para que ela possa ter mais casas com menos muros?**

Para solucionar essa questão, os alunos teriam que construir com o cercado de madeira (muros) várias formas geométricas planas, verificando em qual delas caberia mais bolinhas de gude (casas) em sua superfície, sem que ficasse nenhuma peteca sobreposta. Após essa manipulação dos materiais, eles chegariam a conclusão que o melhor formato seria o circular (Cazzola, 2008).

Ressaltamos que para explorar a área de figuras planas, as bolas de gude precisariam ocupar toda a região interna do cercado, não podendo estar umas sobre as outras. Caso as petecas estivessem sobrepostas, eles passariam a representar o volume de sólidos, envolvendo, assim, um conteúdo de geometria espacial (Cazzola, 2008; Dolce & Pompeo, 2013).

A explicação matemática para esse experimento está relacionada com a geometria euclidiana, mais especificamente com o Teorema Isoperimétrico, também conhecido como Problema de Dido ou Problema da Cerca⁴ (Figueiredo, 1989; Vieira; Rodrigues & Agustini, 2005; Moreto, 2013). Essa proposição afirma que “dado um comprimento fixo, dentre todas as figuras planas, fechadas, convexas e de perímetro igual a esse comprimento, o círculo é a que possui maior área” (Moreto, 2013, p. 50).

Durante a Idade Média, o resultado do Problema Isoperimétrico já era muito utilizado para a construção de muros de proteção para as cidades. Tais muros eram de pedra e a construção era cara e trabalhosa. Sendo assim, era necessário utilizar-se de um perímetro mínimo para

² Na região do nordeste paraense, as bolinhas de gude também são conhecidas como “petecas”.

³ Esse material foi nomeado pelos estudantes de várias maneiras, entretanto, o mais usado foi o nome de “cercado”.

⁴ Problema relacionado com uma antiga lenda contada por Virgílio na obra *Eneida*, sobre uma princesa chamada Dido, que fundou a cidade de Cartago no norte da África fazendo uso intuitivo do Teorema Isoperimétrico (Figueiredo, 1989; Vieira; Rodrigues & Agustini, 2005; Moreto, 2013).

obter a área máxima. Consultando os mapas da época, de fato, encontramos muros com formatos circulares ou semicirculares (Moreto, 2013, p. 43).

Desta maneira, por meio da experimentação, os alunos conseguiriam perceber e comprovar empiricamente essa propriedade da geometria euclidiana, entendendo que para se obter o máximo de casas construídas (área) com o mínimo de muros (perímetro), a cidade deveria ter a forma arredondada (Figueiredo, 1989; Vieira, Rodrigues, & Agustini, 2005; Moreto, 2013).

- *Etapa 2: Agindo sobre os objetos para ver como eles reagem*

Esse momento corresponde àquele em os alunos manipulam o material para verificar como o mesmo reage a variados estímulos e manipulações. Logo após a apresentação da questão problema, os estudantes rapidamente associaram os bloquinhos de madeira aos muros da cidade e as bolinhas de gude às casas em seu interior. Ao entender essa relação, cada grupo manipulou os objetos para resolver a pergunta proposta, identificando de que maneira cada elemento se comportava.

- *Etapa 3: Agindo sobre os objetos para obter o efeito desejado*

Esta fase está imbricada com a etapa anterior, já que durante a manipulação dos materiais, novas situações podem surgir, levando os discentes a identificar a reação dos objetos para obter o efeito desejado e solucionar o problema. Desta maneira, pode acontecer das etapas 2 e 3 aconteçam simultaneamente em alguns momentos.

Após verificar como os materiais reagem, os alunos entenderam que deveriam construir um muro com vários formatos para constatar em qual deles caberia mais bolinhas de gude. Para isso, os grupos contavam e anotavam quantas petecas cabiam em cada figura. Devido a essas escolhas, foram utilizados alguns lápis como apoio para a fixação dos lados de algumas figuras.

A Figura 1 mostra os grupos manipulando os materiais para solucionar o problema. Na primeira imagem podemos visualizar o Grupo 1 moldando o cercado no formato quadrado, com um estudante fazendo as anotações sobre o que foi observado. Já na segunda, evidenciamos o Grupo 2 tentando formar um retângulo, utilizando alguns lápis como apoio.



Figura 1: Alunos manipulando os materiais para solucionar o problema

Fonte: Almeida (2017)

Inicialmente, alguns alunos acreditaram que para colocarem o máximo de petecas dentro do cercado precisariam apenas dispor umas sobre outras. Entretanto, levamos os alunos a compreender que cada bolinha de gude correspondia a uma habitação da localidade que seria construída, e que elas precisavam ocupar toda a superfície da circunferência de madeira, sem que estivessem sobrepostas. Essa ação foi importante para que os alunos não confundissem área e volume, já que buscávamos explorar apenas os conceitos introdutórios de área e perímetro de figuras planas (Cazzola, 2008; Dolce & Pompeo, 2013).

Durante as observações, constantemente pedíamos que os alunos mostrassem e contassem o que estavam fazendo, qual forma estavam experimentando para a cidade, quantas petecas eles haviam conseguido em cada formato. Com isso, procurávamos nos certificar se os estudantes conseguiriam resolver a pergunta que foi colocada, bem como criar condições para que refizessem mentalmente suas ações e as verbalizassem (Carvalho et al., 2009; Sasseron, 2013; Sasseron & Carvalho, 2013).

Ao manipular os materiais, ambos os grupos iniciaram experimentando intuitivamente o formato circular, conseguindo colocar o máximo de 40 petecas dentro do cercado. Como esta forma correspondia a solução do problema e o ideal seria que os estudantes levantassem e tentassem várias hipóteses para chegar em sua resposta, realizamos algumas perguntas para direcioná-los, tais como: “Quais são os outros formatos que vocês podem tentar? ”; “Vocês têm que ver quais são os formatos, não é? ”; “Mas em que formato cabe mais? Lembrem-se que você tem que dar o formato da cidade”; “Será que em outro formato de cidade não vai caber mais casas?”.

A partir dos questionamentos realizados, e depois de primeiramente experimentarem o formato de círculo, cada grupo tomou caminhos diferentes para encontrar a resposta da problemática colocada. Para exemplificar a etapa manuseio dos materiais e busca pela resposta do problema, o diálogo a seguir mostra um momento do Grupo 2 em que manipulam os objetos e testam a hipótese de que o quadrado poderia ser o melhor formato para a cidade.

A6: Deixa eu tentar fazer um quadrado aqui (começa construir um quadrado com o cercado de madeira).

A7: Isso é um retângulo. Tem que ser um quadrado, tem que ter lados iguais.

A6: Tá... Pronto... Vamos colocar as petecas na mesma quantidade.

A5 e A6: Um, dois, três, quatro, cinco... (continuam contando até chegar em trinta e dois).

A6: Está bom porque já está saindo do formato.

A7: Trinta e dois (anotando no papel o resultado obtido).

A7: Espera... deixa ajeitar esse quadrado (manipula os lados do cercado para não desfazer o formato de quadrado).

Prof: Mas que formato é esse mesmo?

A7: Era para ser um quadrado.

A5: Mas só que ele desmontou quando colocamos as petecas.

A7: Espera... deixa ajeitar esse quadrado.

Prof: Mas olhem que vocês estão forçando. Retirem um pouco e formem o quadrado certinho.

A6: Mas está formado agora (mostra o quadrado que conseguiu montar).

Prof: Eu não estou vendo um quadrado aí não.

A5: Um quadrado tem que ter lados iguais e cantos retinhos... (começa a arrumar o quadrado). Pronto.

A6: Ficou um quadrado com as beiras boleadas por causa do cercado. Mas ficou quadrado.

Prof: Agora está. Mas como vocês vão continuar?

Observamos que a partir da interação entre os alunos, e com o auxílio da professora-monitora, os discentes testaram a hipótese de que o quadrado solucionava o problema proposto, bem como esclareceram em conjunto as dúvidas acerca das propriedades desse quadrilátero.

Assim, por meio da manipulação experimental, os estudantes chegaram na solução da problemática, concluindo que o melhor formato era o circular. Como comprovação, ambos os grupos mostraram que caberiam no máximo 40 casas (bolinhas de gude) na cidade redonda. Além disso, o Grupo 1 testou variadas hipóteses de formatos para a cidade, tais como pingo de chuva (com 31 petecas), maçã (com 30 petecas), quadrado (com 32 petecas), triângulo (com 31 petecas) e retângulo (com 33 petecas). Já o Grupo 2 fez os formatos de coração (com 31 petecas), quadrado (com 32 petecas), triângulo (com 35 petecas), pentágono (com 36 petecas) e retângulo (com 31 petecas).

Os discentes utilizaram formas que estavam associadas a seu cotidiano, como o pingo de chuva, a maçã e o coração. Segundo Carvalho et al. (2009) e Carvalho (2013), essa fase é importante, pois é a partir de situações vivenciadas anteriormente e seus conhecimentos prévios que a manipulação dos materiais auxilia na construção do conhecimento, ensinando-os a pensar e ver o mundo científica e matematicamente.

Além das dificuldades com as propriedades de figuras planas, os alunos tiveram muitas dúvidas sobre quais eram os nomes dos formatos que estavam construindo. Ao perceber essas incertezas, um estudante do Grupo 2 fez uma intervenção com o intuito de auxiliar seus colegas com as nomenclaturas das figuras geométricas. Esse momento é apresentado no diálogo a seguir.

Prof: Olha a dica dele oh... (direcionando-se para A2 e indicando um aluno do outro grupo). Qual é a dica A6?

A6: Tu conta quantos lados tem e se lembra na matemática quantos lados tem... aí você consegue saber qual é esse formato.

Prof: Nesse teu exemplo aí, só pra eles saberem, qual é esse teu?

A6: É um pentágono.

Prof: Por que é um pentágono?

A6: Porque tem cinco lados.

Prof: Porque tem cinco lados (confirma com a cabeça).

A6: Octógono é aquele de luta de UFC e tem oito lados.

Prof: Hum (confirma novamente com a cabeça).

A6: Só quando é tipo círculo ou retângulo isso não vale... Aí eu já não sei (direcionando-se para A5).

Nesse diálogo notamos que, ao perceber que A6 possuía algum conhecimento para partilhar com todos, a professora-monitora desenvolve algumas ações disciplinares para chamar a atenção dos outros alunos para o que seria colocado. Na sequência, o discente apresenta a definição de um conceito prévio sobre a nomenclatura de alguns polígonos.

Para tanto, o estudante se apoia na contagem da quantidade de lados que um polígono possui para poder nomeá-lo, para isso ele admitiu que existe a necessidade de se recordar os prefixos matemáticos de classificação tais como tri- quadri-, pent-, hexa-, etc. O aluno apresentou, ainda, dois nomes de polígonos para exemplificar a passagem dos dados para a alegação.

Conforme Dolce & Pompeo (2013), temos implicitamente o conceito matemático usado para nomear polígonos convexos, o qual afirma que de acordo com o número de lados que possui, os formatos recebem nomes específicos. Entretanto, como tal regra só se aplica para as formas que possuem a partir de três lados, o aluno demonstra que para o círculo isso não é adotado. Colocou ainda que o retângulo, apesar de possuir quatro lados, possui um nome diferenciado. Essas condições de exceção colocadas mostram o ponto de carência do conhecimento exposto por A6, já que o retângulo é um quadrilátero e o círculo não se encaixa na nomenclatura apresentada.

- *Etapa 4: Tomando consciência de como foi produzido o efeito desejado*

Assim como nas etapas 2 e 3, as fases “tomando consciência de como foi produzido o efeito desejado” e “dando explicações causais” também aconteceram simultaneamente. Conforme Carvalho et al. (2009), a etapa 4 corresponde na passagem da ação manipulativa para a intelectual, pois os alunos socializam suas ideias, hipóteses e conclusões.

Desta maneira, após a manipulação dos materiais e a solução da questão levantada, foi solicitado que cada estudante relatasse como fizeram para resolver o problema, descrevendo as ações tomadas. Para estimular a participação de todos, levantamos algumas questões: “Qual foi a maior

quantidade de bolinhas que vocês conseguiram colocar dentro do cercado?”, “Como vocês encontraram a solução para o problema?”.

- *Etapa 5: Dando explicações causais*

Ao percebermos que todos já haviam relatado o que e como fizeram para solucionar o problema, pedimos que os discentes explicassem o motivo do formato circular ser o melhor para se construir uma cidade. Com essa fase tínhamos a intenção que os alunos discutissem e inferissem sobre a justificativa e/ou explicação causal da situação proposta, levando ao conceito matemático envolvido no experimento. As perguntas foram: “Por que vocês acham que o melhor formato para a cidade é o circular?”, “Como vocês explicam por que os outros formatos não cabiam tantas casas?”.

O diálogo abaixo exemplifica os resultados encontrados pelos estudantes do Grupo 1, em que demonstram como encontraram a solução do problema e porque a cidade não poderia ter outro formato.

A4: De todos até agora o formato maior foi o círculo.

A1: Mas foi quarenta no círculo mesmo?

A4: Vamos fazer de novo pra você ver (A3 e A4 colocam quarenta petecas no formato de círculo para comprovar a afirmação feita para A1).

A4: Está vendo como deu quarenta? (direcionando-se para A1).

Prof: Qual que deu quarenta?

A4: O círculo.

Prof: Então o que deu mais foi esse?

A4: Foi.

Prof: Então qual é o formato que a cidade tem que ter?

A3 e A4: Círculo.

Prof: Hum... Ah tá... E se eu quisesse nessa cidade fazer vários prédios, se quisesse construir pra cima, qual o formato que ia ter? Qual seria?

A4: Ia ser círculo do mesmo jeito.

Prof: Por que seria círculo?

A4: Porque eu ia colocar em cima da casa e ia virar um prédio.

Prof: Ah tá... Me mostra então como é? Como é vocês iriam fazer?

(Todos começam a colocar petecas no formato de círculo para comprovar sua afirmação, contando quantas petecas podem caber)

A2: Deu cinquenta.

Prof: Cinquenta? Se tivesse mais petecas caberia mais ainda?

A4: Caberia.

Prof: Então qual é o formato que ia caber mais?

A2 e A4: No círculo.

Prof: Por que o círculo?

A4: Porque cabe mais peteca. Porque quando a gente usa os outros formatos, eles ficam querendo se transformar no círculo pra poder caber.

A partir desse diálogo, conseguimos constatar que, por meio da experimentação investigativa, os discentes perceberam e comprovaram empiricamente o teorema isoperimétrico. Os estudantes explicitaram suas compreensões de que para se obter o máximo de casas construídas (área) com o mínimo de muros (perímetro), a cidade deveria ter a forma circular (Vieira; Rodrigues & Agustini, 2005; Cazzola, 2008; Moreto, 2013).

- *Etapa 6: Escrevendo e desenhando*

Essa correspondeu a última etapa do primeiro dia de encontro, na qual buscamos que os alunos explicitassem individualmente suas conclusões sobre o experimento. Vale ressaltar que

durante as etapas 2 e 3 os grupos fizeram anotações sobre as hipóteses levantadas dos formatos que a cidade poderia possuir. Aliado a esses registros, foi solicitado que os alunos escrevessem e/ou desenhassem sobre a experiência. Em sua maioria, os estudantes optaram em ilustrar por meio figuras o experimento. Apresentamos na Figura 2 os desenhos dos alunos A3 (imagem colorida) e A5 (imagem em preto e branco), respectivamente.

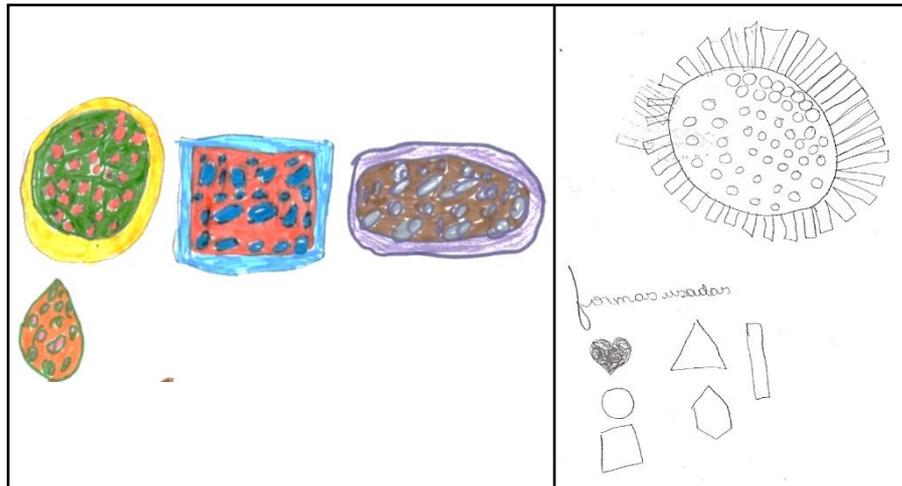


Figura 2: Desenhos criados pelos alunos A3 e A5
Fonte: Almeida (2017)

- *Etapa 7: Relacionando atividade e cotidiano*

Essa etapa aconteceu no segundo sábado de encontro, e corresponde a fase de aproximação com a realidade, bem como de aprofundamento e sistematização do conteúdo abordado no experimento. Para isso, utilizamos vários tipos de estratégias e recursos didáticos, tais como apresentações em slides, vídeos, imagens, jogos e simulação de situações, buscando envolver ludicamente os alunos de maneira que participassem ativamente das investigações, discussões e exposição de suas ideias.

Desta maneira, iniciamos as atividades relembando o experimento e o problema resolvido no sábado anterior. Em seguida, com o intuito de esclarecer as dificuldades encontradas pelos estudantes acerca das formas geométricas planas, promovemos uma discussão os conceitos envolvidos, destacando as principais características e diferenças dos formatos observados pelos estudantes ao longo da sequência de ensino. Após, apresentamos os primeiros quatorze minutos do desenho animado “Donald no país da Matemática⁵”, para estimular a conversa sobre onde essas figuras poderiam ser encontradas em nosso cotidiano.

Logo depois, buscamos relacionar a atividade experimental promovida com a sistematização dos conceitos matemáticos de área e perímetro. Desta maneira, utilizando comparações, debates, imagens, vídeos e dinâmicas, apresentamos que o contorno da cidade correspondia ao perímetro e que as casas ocupavam sua área total.

Posteriormente, para continuarmos relacionando o experimento com a Matemática, apresentamos a seguinte situação que envolvia o Mickey e o Pato Donald: “O Mickey possuía um sítio que passava um rio por dentro dele, como o ratinho desejava doar parte de seu terreno para

⁵ Desenho animado produzido pelos estúdios Walt Disney, em que o pato Donald realiza uma viagem em um mundo de fantasia chamado País da Matemática. Nos primeiros quatorze minutos, o personagem passeia por várias situações cotidianas em que a Geometria está envolvida, abordando essa temática desde os antigos gregos. O vídeo está disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=wbftu093Yqk>.

Donald propôs um desafio a seu amigo, de maneira que para receber esse presente, o pato deveria cercar o máximo de terra com o couro de apenas um boi”.

Esse contexto mostra de maneira diferenciada um problema resolvido pela princesa Dido, que utilizou de maneira intuitiva os conceitos de maximização de área com o mínimo de perímetro. Nesse sentido, após a resolução da situação proposta, foi exibido a parte inicial de um vídeo que contava a história de Dido⁶, relacionando essa situação com o nosso cotidiano. A Figura 3 apresenta uma aluna desenvolvendo uma solução para o problema.

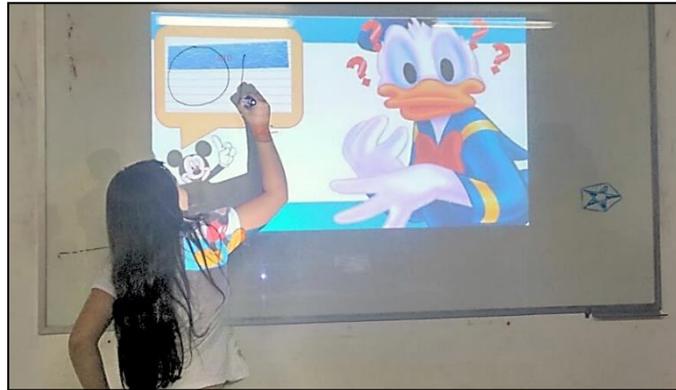


Figura 3: Aluna desenvolvendo uma possível solução para o problema do Pato Donald

Fonte: Almeida (2017)

Logo após o encerramento da situação problema do sítio de Donald e da apresentação do vídeo em que os alunos puderam confirmar a solução encontrada, desenvolvemos uma dinâmica junto com os educandos para encerrar o dia de atividade e agradecer a contribuição, empenho e participação de todos.

Algumas considerações

No cotidiano escolar ainda é usual conduzir o aluno a memorizar o conteúdo matemático e decorar de maneira mecânica como solucionar os problemas propostos, propiciando uma aprendizagem sem significados. Nesse sentido, existe a necessidade de os professores promoverem metodologias que favoreçam a problematização, a investigação, a exploração e a redescoberta das propriedades e conjecturas da Matemática.

Assim, a partir da aplicação da sequência de ensino, concebemos que a experimentação investigativa como possibilidade didática na Educação Matemática, pois promove um ensino significativo, desenvolvendo estruturas cognitivas que permitem aos estudantes não somente ler e compreender o mundo em que vive, mas atuar criticamente em sociedade.

Observamos também que a metodologia investigativa aplicada propiciou a exploração de informações, o levantamento de conhecimentos prévios, testes de hipóteses, exposição e defesa de ideias. O movimento de manipulação e investigação proporcionou a tomada de consciência das condições e características do fenômeno explorado, e auxiliou no reconhecimento e ordenação das variáveis a serem consideradas para a solução da problemática proposta.

⁶ A lenda conta que Dido, também conhecida como Elisa, foi uma princesa que fugiu para o norte da África e fundou uma nova cidade, conhecida como Cartago. No lugar escolhido para a cidade, ela tentou comprar terras da realeza local para que pudesse se estabelecer (Moreto, 2013). “O arranjo que consegui com o rei foi que só teria em terras o que pudesse abranger com a pele de um boi. Dido e seu grupo decidiram, então, cortar a pele em tiras tão finas quanto possível, emendá-las e com elas englobar, em forma de semicírculo, um terreno beirando o mar” (Vieira; Rodrigues & Agustini, 2005). O vídeo está disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=SSaOcnmYt6I>.

No decorrer das etapas da atividade experimental, constatamos que os estudantes demonstraram algumas dificuldades com determinados conceitos e elementos da geometria plana, tais como confusão entre os conceitos de área e volume, dúvidas sobre quais eram os nomes dos formatos que estavam construindo, bem como a nomenclatura das figuras encontradas. Contudo, a partir da experimentação, das interações entre os alunos e das intervenções docente, os conhecimentos puderam ser compartilhados e construídos, já que na medida que os objetos eram manipulados e os resultados encontrados eram expostos, os temas iam sendo discutidos e compreendidos.

A utilização do concreto introduziu a abstração da temática envolvida, levando os educandos a compreenderem e vivenciarem os conceitos apresentados. Ressaltamos, ainda, que o propósito da atividade não consistia em apresentar ou definir as fórmulas de cálculo de área e perímetro dos variados formatos geométricos planos, mas buscávamos introduzir tais conteúdos, de maneira que os mesmos fossem entendidos e pudessem ser aplicados na vida cotidiana.

Destarte, acreditamos que a partir da metodologia da experimentação investigativa, conseguimos propiciar um momento educativo diferenciado a nossos estudantes, no qual suas falas, concepções e ideias foram valorizadas, contribuindo na construção do conhecimento e na promoção do pensamento independente e crítico-reflexivo desses discentes.

Agradecimentos

Ao Grupo de Estudo, Pesquisa e Extensão FormAÇÃO de Professores de Ciências e ao Clube de Ciências “Prof. Dr. Cristovam W. P. Diniz” da Universidade Federal do Pará (Campus Castanhal).

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001 e PNPd.

Referências

Almeida, W. N. C. (2017). *A Argumentação e a Experimentação Investigativa no Ensino de Matemática: O Problema das Formas em um Clube de Ciências*. Dissertação de mestrado em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas - Universidade Federal do Pará, Belém. Acesso em 12 jun., 2017, http://repositorio.ufpa.br/jspui/bitstream/2011/10520/1/Dissertacao_ArgumentacaoExperimentacaoInvestigativa.pdf.

Araújo, M. S. T., & Abid, M. L. V. S. (2003). Atividades experimentais no ensino de física: Diferentes enfoques, diferentes finalidades. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 25 (2), 176-194. Acesso em 10 mai., 2017, <http://www.scielo.br/pdf/rbef/v25n2/a07v25n2.pdf>.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução a teoria e aos métodos*. Portugal: Porto Editora.

Brasil. (1998). *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Brasília: MEC/SEF.

Carvalho, A. M. P. (2013). O ensino de ciências e a proposição de sequências de ensino investigativas. In: A. M. P. Carvalho (Org.), *Ensino de Ciências por Investigação: Condições para implementação em sala de aula* (pp. 1-20). São Paulo: Cengage Learning.

Carvalho, A. M. P., Vannucchi, A. I., Barros, M. A., Gonçalves, M. E. R., & Rey, R. C. (2009). *Ciências no Ensino Fundamental: o conhecimento físico*. São Paulo: Scipione.

- Cazzola, M. (2008) Problem-Based Learning and Mathematics: Possible Synergical Actions. In: Chova, L. G.; Belenguer, D. M.; Torres, I. C. (Org.) *International Conference of Education, Research and Innovation (ICERI) Proceeding, International Association of Technology, Education and Development (IATED)*. Espanha: s. n.
- Dolce, O., & Pompeo, J. N. (2013). *Fundamentos da Matemática Elementar* (Volume 9): Geometria Plana. (9. ed.). São Paulo: Atual.
- Doxsey, J. R., & Riz, J. (2007). *Metodologia da pesquisa científica*. Espírito Santo: Escola Superior Aberta do Brasil - ESAB.
- Figueiredo, D. G. (1989). Problemas de máximo e mínimo na geometria euclidiana. *Revista Matemática Universitária*, 9 (10), 69-108.
- Francisco Junior, W. E., & Ferreira, L. H.; Hartwig, D. R. (2008). Experimentação problematizadora: Fundamentos teóricos e práticos para a aplicação em sala de aula de Ciências. *Química nova escola*, 1(30), 34-41. Acesso em 23 mai., 2017, <http://qnesc.sbq.org.br/online/qnesc30/07-PEQ-4708.pdf>.
- Laburú, C. E. (2006). Fundamentos para um experimento cativante. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 23(3), 382-404.
- Lorenzato, S. (2010). *Para aprender matemática*. Campinas-SP: Autores associados.
- Malheiro, J. M. S. (2016). Atividades experimentais no ensino de ciências: limites e possibilidades. *Actio: Docência em Ciência*, v. 1, n. 1, p. 107-126, jul./dez. Acesso em 18 mai., 2017, <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/4796>.
- Malheiro, J. M. S., & Fernandes, P. (2015). O recurso ao trabalho experimental e investigativo: Percepções de professores de ciências. *Investigações em Ensino de Ciências*, v. 20 (1), p. 79-96, 2015. Acesso em 18 mai., 2017, http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID384/v20_n1_a2015.pdf.
- Moreto, F. A. (2013). *Problema isoperimétrico e aplicações para o ensino médio*. (Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista. Rio Claro (SP): UNESP.
- Oliveira, J. R. S. (2010). Contribuições e abordagens das atividades experimentais no ensino de ciências: reunindo elementos para a prática docente. *Acta Scientiae*, 12(1), 139-153.
- Pais, L. C. (1996). Intuição, experiência e teoria geométrica. *Zetetiké*, 4(6), 65-74.
- Rosito, B. A. (2000). O Ensino de Ciências e a experimentação. In: MORAES, R. (Org.). *Construtivismo e o ensino de ciências: Reflexões epistemológicas e metodológicas*. Porto Alegre: EDIPUCRS.
- Sasseron, L. H. (2013). Interações discursivas e investigação em sala de aula: O papel do professor. In: A. M. P. Carvalho (Org.), *Ensino de Ciências por Investigação: Condições para implementação em sala de aula* (pp. 41-62). São Paulo: Cengage Learning.
- Suart, R. C., & Marcondes, M. E. R. (2008). *Atividades experimentais investigativas: habilidades cognitivas manifestadas por alunos do ensino médio*. In: Encontro Nacional de Ensino de Química, 14, Curitiba, 2008, Anais... Curitiba: UFPR.
- Vieira, F.B.P., Rodrigues, L.B., & Agustini, E. (2005). O teorema isoperimétrico e o problema da cerca. *FAMAT em Revista*, 4, 141- 152.