

MODELAGEM MATEMÁTICA EM ATIVIDADES SOBRE A TEMÁTICA DO LIXO: RELAÇÕES COM A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA CRÍTICA

Mathematical Modelling in activities about garbage problems: making links with significant learning

Gislaine M. Ferreira Matos [gisamferreira@gmail.com]

Mirley Luciene dos Santos [mirley.santos@ueg.br]

Universidade Estadual de Goiás

Câmpus Anápolis de Ciências Exatas e Tecnológicas – Henrique Santillo, BR 153, nº. 3105,

Fazenda Barreiro do Meio, CEP 75.132-903, Anápolis/Goiás.

Karly Barbosa Alvarenga [karlyba@yahoo.com.br]

Universidade Federal de Goiás

Avenida Esperança, s/nº, Câmpus Samambaia, CEP 74.690-900, Goiânia/Goiás.

Resumo

Muitas são as maneiras de conduzir um ensino e uma aprendizagem de matemática por meio de abordagens que envolvam o contexto sócio cultural dos estudantes. A proposta da Educação Matemática Crítica via Modelagem Matemática tem mostrado resultados relevantes nesse sentido e pode oportunizar a Aprendizagem Significativa Crítica. Dessa forma, esse trabalho tem como objetivo principal apresentar resultados de um estudo realizado a partir registros dos estudantes do Ensino Médio que participaram de uma atividade prática de cunho socioambiental. Tal atividade modelou uma problemática relacionada ao lixo produzido em uma escola pública do estado de Goiás. Esse contexto propiciou analisar se a Modelagem Matemática, em sua perspectiva crítica, pode atender aos princípios facilitadores da Aprendizagem Significativa Crítica. A atividade problematizada por meio de uma situação próxima da realidade dos alunos e conduzida segundo a proposta da Modelagem Matemática possibilitou a participação crítica dos alunos com reflexões sobre as ações para resolver o problema analisado. Foi possível gerar um ambiente de diálogo, de aprendizagem por meio de perguntas e investigações, de diversidade nas formas e nos materiais em que se pode aprender matemática e, portanto, observou-se as aproximações da Modelagem aos princípios facilitadores da Aprendizagem Significativa Crítica.

Palavras-chave: Ensino Médio. Educação Matemática Crítica. Conceito de Volume.

Abstract

There are many ways of conducting mathematical teaching and learning through approaches that involve the students' sociocultural context. The proposal of critical mathematics education through mathematical modeling has shown relevant results and may open a path to Critical Significant Learning. In this way, this work have as main objective to show results of a study carried out from records of high schools students that take part in a socio-environmental practical activity. This activity modeled a problem related to the garbage produced in a public school in the state of Goiás. This context allowed to analyze if mathematical modeling, in its critical perspective, can attend to the facilitating principles of critical significant learning. The activity that was problematized through a situation close to the students' reality and conducted according to the mathematical modeling proposal made possible the critical participation of the students with reflections on the actions to solve

the analyzed problem. It was possible to generate an dialogue environment, students learning through questions and investigations, a diversity in the forms and materials in which mathematics can be learned and we observed the modeling approaches to the facilitating principles of critical significant learning.

Keywords: High School. Critical Mathematics Education. Volume Concept.

Introdução

Formar cidadãos críticos e participativos na sociedade é uma das responsabilidades da escola em todos os seus níveis e principalmente na Educação Básica, por constituir a base da formação dos indivíduos. Sabemos que o modelo tradicional de ensino, baseado na mera transmissão de conteúdos e na concepção de alunos receptores de conhecimentos, não é adequado para atingir essa meta. Para contrapor essa realidade, Skovsmose (2001) propõe a Educação Matemática Crítica (EMC), onde alunos e professores tenham igual autonomia no processo de escolha dos temas de estudo; que esses sejam do interesse dos estudantes e que sejam críticos em relação aos problemas da sociedade.

Movimento com mais de três décadas, a Modelagem Matemática como metodologia de ensino tem sido amplamente discutida e possui um valor significativo para a educação brasileira (BIEMBENGUT, 2009). Barbosa (2009) a define como um ambiente para a aprendizagem, no qual os alunos são convidados a investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade e vindas de outras áreas. Também se configura como oportunidade para os alunos investigarem situações do dia a dia, utilizando a matemática sem encaminhamentos previamente fixados e com inúmeras maneiras de encontrar as respostas.

A Modelagem Matemática, segundo conceituações de autores brasileiros como Barbosa (2003) e Almeida e Silva (2010), pauta-se na EMC quando propõe projetos que envolvam a participação crítica dos alunos em investigações de cunho social, político, ambiental e econômico, utilizando a matemática como ferramenta. Os temas relacionados às questões socioambientais, por exemplo, são próximos da realidade dos alunos em qualquer nível de escolaridade e podem encaminhar-se para investigações matemáticas, permitindo uma participação ativa e crítica perante a sociedade ao buscar e propor soluções para os problemas a que esteja inserido, como afirma Meyer, Caldeira e Malheiros (2013).

A Aprendizagem Significativa Crítica é outro referencial relacionado a esse compromisso de formação dos estudantes para uma conduta crítica e participativa. Moreira (2000) a propõe, como sendo um tipo de aprendizagem que permita ao indivíduo fazer parte da sua cultura, mas de forma autêntica, ou seja, não perdendo sua individualidade ao se submeter a regras, paradigmas ou comportamentos subversivos.

Dessa forma, pautado nesses pressupostos teóricos da Aprendizagem Significativa Crítica e da Modelagem Matemática, esta pesquisa pretende a partir da análise dos resultados da aplicação de uma atividade de modelagem no Ensino Médio responder ao questionamento: A Modelagem Matemática segundo uma situação socioambiental, para a primeira série do Ensino Médio, em uma escola pública de Goiás, pode atender aos princípios facilitadores da Aprendizagem Significativa Crítica?

Assim, no âmbito da pesquisa qualitativa esse trabalho utiliza abordagens de pesquisa ação ao tratar-se de um estudo realizado pelo professor como pesquisador de sua prática docente, buscando investigar novas metodologias de ensino a fim de transformar sua realidade (FIORENTINI, 2004;

ROSA, 2013). Pretendemos, portanto, compreender como se dá o processo de ensino e aprendizagem em uma atividade de Modelagem Matemática, verificando as possibilidades de adotá-la como uma prática pedagógica no Ensino Médio capaz de oportunizar a formação dos estudantes para a participação crítica e cidadã na sociedade.

A Modelagem Matemática e a Aprendizagem Significativa Crítica

As concepções sobre quais são as formas de ensinar, devem adequar-se com a visão do tipo de homens que pretendemos formar. Se almejamos cidadãos capazes de enfrentar os desafios da sociedade, então competências intelectuais mais amplas, como a autonomia, a criticidade, a investigação e o discernimento na tomada de decisões devem ser contempladas no processo de ensino e aprendizagem. Quanto a Matemática, não é possível saber tudo o que os alunos irão precisar no futuro, mas é certo que precisarão ter postura crítica, ativa e autônoma para serem protagonistas de transformações necessárias na sociedade (BURAK, 2010).

É dentro desse entendimento da educação que Burak (1992, 2010) analisa e propõe a Modelagem Matemática como metodologia de ensino. Ele afirma que:

A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões (BURAK, 1992, p.62).

Existem, no entanto, várias abordagens para a Modelagem na Educação Matemática, como nos indica Araújo, (2002). Às vezes, as atividades com modelos podem ser utilizadas para justificar o ensino e a aprendizagem de Matemática ou para mostrar a importância da matemática na vida, por exemplo. Noutras vezes, as investigações com a Modelagem admitem posturas mais reflexivas por parte dos alunos e os temas dos projetos se interessam pelos problemas da sociedade. Nesse último enfoque, a Modelagem é trabalhada sob o ponto de vista sociocrítico, segundo as palavras de Barbosa (2009) e Araújo (2009).

De acordo com essa perspectiva da Educação Matemática Crítica, Araújo (2009) dá uma boa definição da Modelagem nesses moldes:

(...) uma abordagem da modelagem na educação matemática que não se preocupe, apenas, em dar instrumentos matemáticos aos estudantes ou em apresentar a eles exemplos de aplicação da matemática à realidade (o que poderia reforçar concepções absolutistas da matemática). Mais que isso, pretendo que a modelagem os faça refletir sobre a presença da matemática na sociedade, seja em benfeitorias ou em problemas sociais, e reagir contra as situações críticas que a matemática também ajudou a construir (ARAÚJO, 2009, p. 64).

Em entrevista para Ceolim e Hermann (2012), Ole Skovsmose alerta para a necessidade de uma postura crítica em relação à Modelagem Matemática. Skovsmose, afirma que para estar de acordo com a EMC, as atividades de modelagem precisam estar ligadas às ações de participação na sociedade (CEOLIM; HERMANN, 2012).

Malheiros (2012) afirma que nas atividades de Modelagem, na perspectiva da EMC, o processo de ensino e aprendizagem não se trata apenas da Matemática, mas dos aspectos relacionados a participação e ação consciente na sociedade. Outro destaque da autora é que as atividades de Modelagem nos domínios da EMC, admitem vários caminhos para chegar às soluções dos problemas analisados e nem sempre há um único resultado ao problema (MALHEIROS, 2012). Também, Blum (2011) destaca a importância da Modelagem para a formação cidadã dos jovens. O autor afirma que os modelos matemáticos e a modelagem estão por toda parte e por isso, preparar os estudantes para a cidadania responsável pressupõe competências em modelagem. Afirma ainda que a Modelagem tem

com o papel de contribuir tanto no desenvolvimento de habilidades matemáticas como o de ajudá-los a melhor entender e intervir no mundo. Esse enfoque da Modelagem Matemática relacionada aos pressupostos EMC como citamos acima, nos remete a Aprendizagem Significativa Crítica, proposta por Moreira, (2000).

Se pretendemos que os estudantes consigam transferir o conhecimento aprendido no ambiente escolar para a sua vida, que realmente construam um conhecimento que os ajudem nas diversas exigências da vida real, não podemos ficar restritos a expor leis, técnicas e métodos prontos, muitas vezes distantes da complexidade das situações da vida. É dentro dessa visão que Moreira (2000) propõe a Aprendizagem Significativa Crítica como uma forma de aprendizagem fundamentada em um processo de busca, de reflexão e construção do conhecimento com foco na formação para a criatividade, tolerância, inovação e reflexão crítica. O autor afirma ainda que se trata de uma forma de aprendizagem onde o conhecimento não é depositado nos alunos como verdade absoluta e, portanto, relaciona-se com a incerteza, com a probabilidade, admitindo que o conhecimento é uma construção ou invenção humana e que não captamos toda a realidade, apenas a representamos.

Moreira (2000) fala de oito princípios facilitadores da Aprendizagem Significativa Crítica, que segundo ele são passíveis de aplicações em sala de aula. Em suma, esses princípios propõe: i - um ensinar/aprender por meio de perguntas e não de respostas (*Princípio da interação social e do questionamento*); ii - uma diversidade de materiais didáticos (*Princípio da não centralidade do livro texto*); iii - uma visão do aluno como perceptor/representador do mundo (*Princípio do aprendiz como perceptor/representador do mundo*); iv - que o significado esteja nas pessoas e não nas coisas (*Princípio da consciência semântica*); v - o conhecimento como linguagem (*Princípio do conhecimento como linguagem*); vi) a aprendizagem pelo erro ou aprender a aprender (*Princípio do aprendizagem pelo erro*); vii) aprender a desaprender (*Princípio da desaprendizagem*); viii) que o aluno conviva com incertezas e relatividades (*Princípio da incerteza do conhecimento*).

A Modelagem Matemática no enfoque da Educação Matemática Crítica tem a qualidade de trabalhar os conhecimentos matemáticos inseridos em investigações acerca dos problemas da sociedade e é nesse ponto que ela pode instigar os alunos a aprender para buscar respostas aos temas investigados. Silva, Kato e De Paulo (2012) afirmam que essas especificidades da Modelagem se assemelham aos pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica e, portanto, as atividades de Modelagem estão em consonância com os princípios facilitadores da Aprendizagem Significativa Crítica.

Aplicação e avaliação da proposta: Modelagem Matemática na 1ª série do Ensino Médio

A atividade foi aplicada em uma turma de 1ª série do ensino médio do Colégio da Polícia Militar do Estado de Goiás, unidade Dr. César Toledo, situado em Anápolis, GO. A idade dos alunos estava na faixa de 15 e 16 anos e acreditamos que a natureza investigativa e sociocrítica da Modelagem seria muito apropriada para essa faixa etária em que os jovens mostram interesse pelos temas da sociedade e um desejo de participação e transformação no mundo (MOREIRA, 2000).

O período de aplicação foi de uma semana, que era o tempo que a professora dispunha para trabalhar o conteúdo abordado. Todo o processo se deu nas aulas de Matemática, que são em número de cinco por semana. Essa atividade de Modelagem foi a primeira experiência da turma com esse tipo de prática educativa.

A turma estava encerrando o conteúdo obrigatório para essa série e iria começar a aprender os conceitos de volume dos sólidos geométricos que, naquela unidade escolar, é assunto previsto para a segunda série, mas que foi antecipado para preparar os alunos para as avaliações externas. Como

havia a necessidade de desenvolver o conteúdo previsto, levamos já pronto o tema da pesquisa que seria proposto aos alunos.

Inicialmente, buscamos um tema de investigação que fizesse parte da vida dos estudantes e, de forma mais específica, que estivesse presente no espaço da unidade escolar para que todo o processo de investigação fosse realizado durante as aulas. A intenção era que a atividade criasse oportunidades para que os envolvidos pudessem ser mais conscientes dos problemas sociais e ambientais de seu meio e que, com o resultado de suas análises, tivessem uma visão mais crítica de modo a ter condições de assumir a responsabilidade de melhorar sua própria realidade.

Como temática, escolhemos o excesso de lixo para depois encontrar um caso específico de investigação próximo ao cotidiano dos alunos. Dessa forma, aliado à necessidade de trabalhar o conteúdo de volume, veio a proposição de investigar um caso possível de redução do lixo produzido nas dependências da unidade escolar. Notamos que próximo aos bebedores de água de todos os setores administrativos e da sala dos professores havia copos descartáveis disponibilizados, mas não existiam lixeiras apropriadas para dispensar os copos usados de forma empilhada. Então, a partir dessa constatação, elaborou-se uma possível delimitação do problema:

Investigar e comprovar matematicamente que empilhar os copos descartáveis reduz o volume do lixo e gera grande economia com a redução dos sacos de lixo gastos para o descarte desses copos.

Mesmo com o problema delimitado, ele não foi apresentado de imediato aos alunos, para que eles pudessem pensar sobre quais tipos de materiais descartados geravam maiores volumes de lixo na unidade escolar, sobre quais atitudes adotar para não gerar tanto ou, ao menos, reduzir o volume de lixo produzido todos os dias. Essa atitude de ouvir os alunos e criar o espaço de reflexão, escolha e decisão conjuntas entre eles e o professor deu à atividade uma tônica democrática como é proposto para uma Educação Matemática Crítica.

Embora os alunos tenham se expressado e falado bastante sobre o problema do excesso de lixo produzido, eles não conseguiram imaginar uma situação que constituísse o tema de pesquisa matemática, com um problema e uma hipótese. Notada essa dificuldade, que consideramos natural por se tratar da primeira experiência da turma com a Modelagem, e para orientar melhor como eles deveriam conduzir a investigação, com base no que era planejado como conteúdo matemático a ser trabalhado com a atividade, foi proposta uma primeira questão para pensarem:

Que argumentos matemáticos poderiam ser utilizados para convencer as pessoas a compactarem copos descartáveis?

Todas as respostas dadas pelos alunos citavam a palavra volume, sinalizando um conhecimento prévio sobre esse conhecimento matemático. Com a intenção de introduzir com os alunos o estudo de um novo conteúdo, a professora aproveitou o momento para levá-los a refletir sobre qual seria o conceito formal de volume, qual a sua diferença com a definição de área e quais variáveis estão envolvidas quando se quer encontrar o volume de um sólido. Essa oportunidade que a Modelagem proporcionou tanto para revisar conceitos matemáticos já integrados pelos alunos, como para formalizar outros novos é observada também em Barbosa (2009).

A atividade tinha a intenção de deixar os alunos caminharem sozinhos na busca das respostas, onde o professor iria interferir somente quando não conseguissem mais avançar e perguntassem como calcular o volume de lixo, ou o volume das lixeiras, por exemplo. O intuito era o de não fornecer um conhecimento pronto e acabado, mas, permitir que, pela constatação da sua necessidade, eles fossem à busca dele. No entanto, eles mostraram-se muito passivos em relação a que atitude tomar, perguntando o tempo todo sobre quais contas teriam que fazer. Por isso, foi feita a pergunta abaixo, buscando dar algumas direções a serem tomadas na pesquisa.

Como podemos mostrar matematicamente a diferença no volume, compactando e não compactando os copos? Escreva suas reflexões e mostre os cálculos utilizados.

Organizados em grupos de cinco, eles foram incentivados a pesquisarem os dados necessários para resolver a questão, sendo fornecido para tal, fita métrica, calculadora e folhas para anotarem suas observações. Essa coleta de dados constituiu a pesquisa de campo realizada pelos alunos e foi muito importante para que pudessem, como pesquisadores, colher os dados de sua realidade.

Essa foi a etapa que mais gostaram de realizar porque puderam sair da sala, medir as lixeiras, observar medidas das pilhas de copos compactados e pesquisar, junto aos funcionários, sobre a demanda de lixo. Aqui dois pontos chamaram a atenção: primeiro a importância de atividades práticas de medidas para as aulas de Matemática, porque os alunos, ao medir as lixeiras e os copos, puderam ver e entender, de forma mais concreta, conceitos simples de geometria, como a diferença entre raio e diâmetro, cone e cilindro, etc. O segundo ponto diz respeito à pesquisa sobre a quantidade de lixo produzido e o contato direto com as lixeiras, o que proporcionou uma conscientização sobre o excesso de rejeitos produzidos na escola.

Todos os grupos entenderam que teriam que calcular quantos copos cabiam em um mesmo saco, quando empilhados e quando não empilhados. A dúvida levantada foi: como calcular quantos copos cabem em um saco de lixo de 100 litros?

As tentativas de cálculo se dividiram basicamente em duas categorias, a primeira por estimativa, que não obteve muito sucesso, pois os alunos não conseguiram avançar nos raciocínios; e a segunda utilizando cálculos bem estruturados de Geometria Espacial. Essa segunda categoria ocorreu em apenas um grupo, em que um dos alunos apresentava um bom conhecimento sobre Geometria Espacial. Assim, ele sugeriu medir a área da seção longitudinal do copo descartável (que seria um trapézio) para saber quantos copos deitados caberiam no fundo da lixeira. Depois mediria o diâmetro da boca do copo para saber quantas camadas de copos caberiam na altura da lixeira (Figura 1).

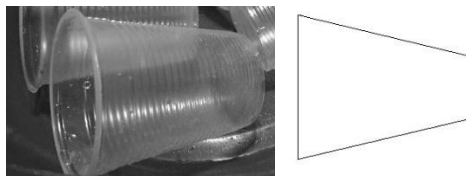


Figura 1 – Copo deitado e seção longitudinal do copo

Fonte: Arquivo pessoal das autoras.

A professora teve que intervir durante a atividade dos grupos e sugerir que pensassem no volume ocupado por cada copo. Ela mostrou que para calcular quantos copos cabem em um saco de 100 litros, bastaria saber quanto cada copo ocuparia dentro do saco, o que é a própria medida do volume de cada copo. Essa informação estava disponível na embalagem, ou seja, 200 ml.

Desse modo, os grupos fizeram as transformações de medidas necessárias e conseguiram chegar ao primeiro resultado. Só não chegaram a um mesmo número de copos porque alguns consideraram que seriam ocupados apenas 90 litros no saco, devido às partes do saco que não são aproveitadas, como a utilizada para amarrar, etc. Esses resultados foram socializados pelos grupos, levantando um diálogo sobre os raciocínios de cada grupo, criando um clima bem positivo de discussão e interação entre todos os 25 alunos participantes.

Em seguida, era necessário calcular quantos copos empilhados caberiam no saco. Nenhum grupo conseguiu imaginar um caminho. Mais uma vez, a professora conversou com toda a turma,

levando-os a compreender que precisavam conhecer o volume do coletor de copos (Figura 2) para calcular o espaço, no volume do saco, que os copos compactados ocupariam.



Figura 2 – Coletor de copos descartáveis

Fonte: Arquivo pessoal das autoras

Como o coletor de copos não possui descrição de seu volume, os alunos perceberam que precisariam calcular o volume daquele cilindro. Esse foi o momento em que a professora dialogou com a turma para que os estudantes entendessem de forma intuitiva o conceito de volume. Para introduzir foi comentado que o volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupado. Por meio de vários exemplos, eles dialogaram sobre como calcular essa quantidade de espaço ocupado e para entenderem melhor, a professora explicou sobre a necessidade de adotar uma unidade, que no caso do volume é a de um cubo de aresta medindo uma unidade de comprimento (LIMA *et al.*, 2001).

Com facilidade, os alunos disseram que no caso de um lugar retangular, como na sala de aula, bastava descobrir quantos cubos de 1 metro de lado, cabiam no chão e depois multiplicar essa quantidade pela medida da altura da sala. A professora explicou que de maneira análoga se calcula volume de um sólido cilíndrico, como é o caso dos coletores de copo. Explicou também que para descobrir quantos cubos unitários cabem no fundo do sólido é necessário calcular a medida da área da base. Apresentou assim, pelas noções intuitivas do cálculo do volume (LIMA, 2001), o volume do coletor de copo, como sendo a medida da área da sua base, multiplicada por sua altura.

Os alunos entenderam a maneira de calcular o volume, e estavam motivados a aprender, porque precisavam daquele conhecimento em suas investigações. Essa aplicação prática faz muita diferença, quando comparada a uma aula expositiva sobre fórmulas de calcular volume de sólidos geométricos. Obtido o volume do cilindro de empilhar os copos, mediram quantos copos caberiam dentro de cada coletor (uma média de 168 copos) e utilizando a regra de três simples, conseguiram encontrar quantos copos caberiam no saco de 100 litros. Os que consideraram o aproveitamento de 100 litros chegaram à média de 6100 copos e os que consideraram o aproveitamento de 90 litros do saco chegaram em 5466 copos por saco.

Todos os grupos pensaram em regra de três, mas apenas dois dos cinco conseguiram chegar sozinhos aos resultados esperados (**Figura 3** e **Figura 4**). Os demais tiveram dificuldades e a professora teve que intervir para ajudá-los a concluir o raciocínio e os cálculos, o que indica que eles não sabiam empregar o conteúdo de Proporção em uma situação contextualizada.

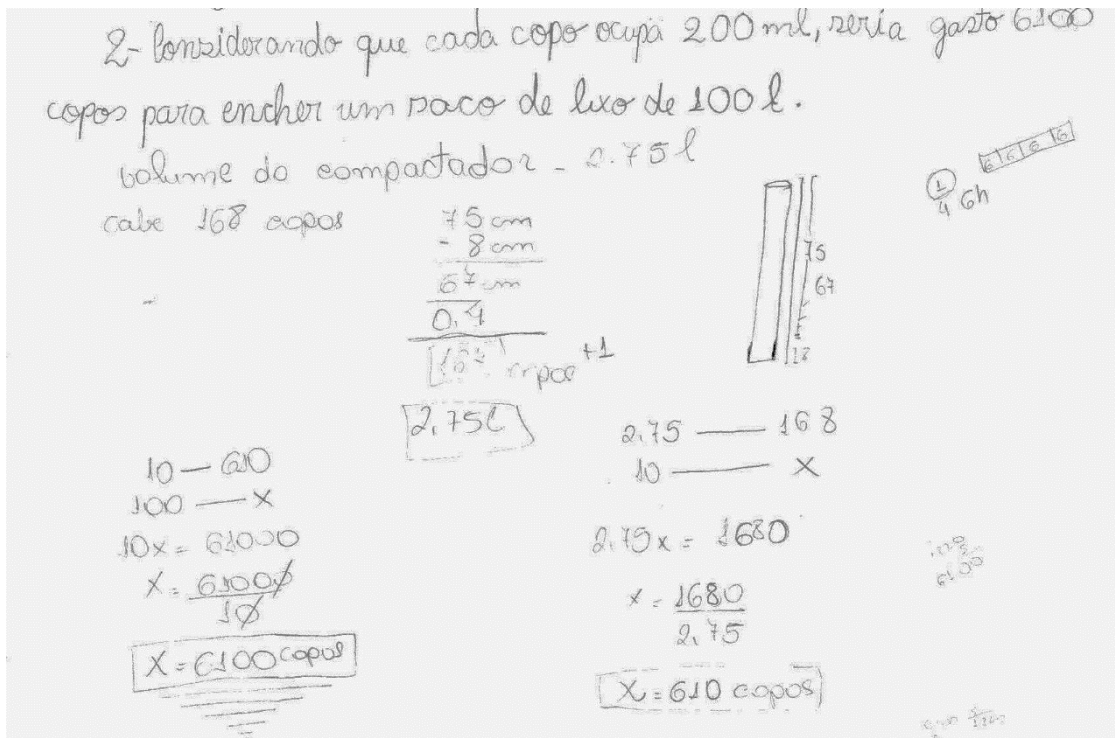


Figura 3 – Cálculos do Grupo 1, demonstrando o uso da regra de três para chegar ao resultado
Fonte: protocolo dos alunos.

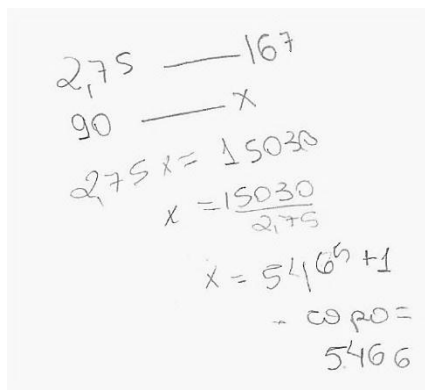


Figura 4 – Cálculos do Grupo 2, demonstrando o uso da regra de três para chegar ao resultado.
Fonte: protocolo dos alunos.

A pergunta final levava a um resultado importante para a reflexão e para a intervenção na realidade:

Nossa escola não possui coletores de copos descartáveis, mas com a economia de sacos de lixo, rapidamente poderíamos obter recursos para a compra destes. Como podemos mostrar com cálculos, o tempo de economia necessário para levantar o valor do investimento?

Aqui também, apenas dois grupos chegaram a um raciocínio plausível (Figura 5 e Figura 6). Os outros dois responderam somente após muitas dicas da professora e um dos grupos não conseguiu acompanhar as dicas.

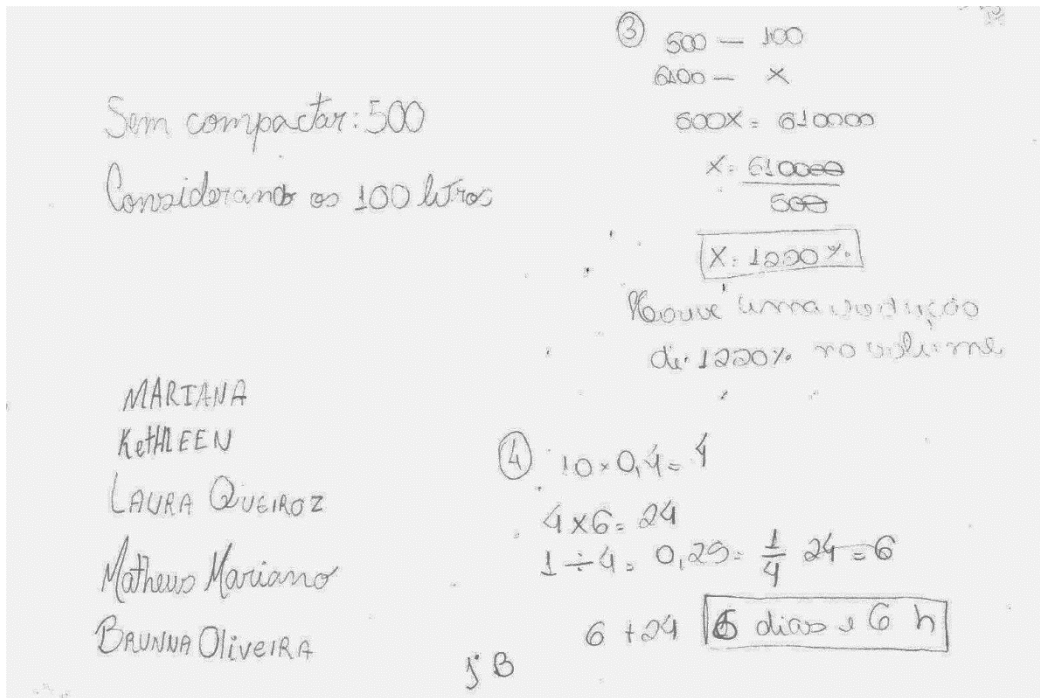


Figura 5 – Cálculos do grupo 1, representando como chegaram ao resultado. Fonte: protocolo dos alunos.

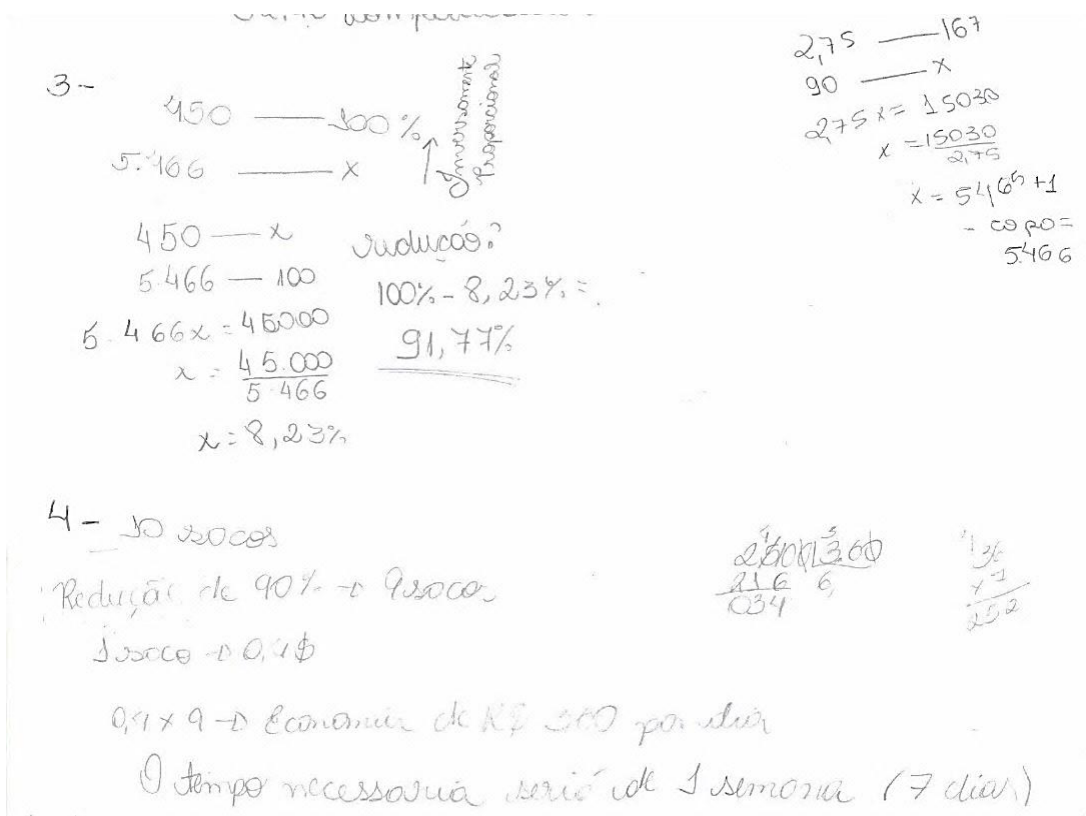


Figura 6 – Cálculos do grupo 2, representando como chegaram ao resultado. Fonte: protocolo dos alunos.

Os dois grupos que conseguiram chegar a um resultado utilizaram as informações obtidas com os funcionários da limpeza, que haviam dito que os lixos das lixeiras em que havia copos eram recolhidos cerca de quatro vezes ao dia, totalizando quatro sacos. Os participantes desses grupos

estimaram 10 sacos utilizados por dia. A redução por empilhar os copos geraria uma economia de cerca de R\$ 28,00 a cada sete dias, considerando o preço aproximado de cada saco (R\$ 0,40).

Com a economia seria possível comprar pelo menos um coletor por semana, cujo custo é de aproximadamente R\$ 25,00. Esse resultado suscitou vários comentários sobre o significado dessa simples atitude, tanto do ponto de vista financeiro quanto de contribuição para a redução de impactos no ambiente. Os alunos se surpreenderam com as respostas encontradas e a professora aproveitou para suscitar o diálogo sobre a importância dos resultados numéricos, ao darem consistência e respaldo para ações de intervenção na realidade. Gerar reflexões sobre as ações para resolver os problemas da realidade, analisados no processo de modelagem, é um aprendizado muito necessário, segundo a perspectiva crítica da Modelagem Matemática (BARBOSA, 2009; ALMEIDA; SILVA, 2010).

Para a reflexão sobre o aprendizado com a atividade, foram também analisados os comentários escritos ao final da folha de orientação, em que se pedia para que os alunos avaliassem e escrevessem as suas considerações. Os 25 alunos deixaram comentários favoráveis à aplicação da proposta. Alguns dos registros são transcritos a seguir. As transcrições são literais e identificadas apenas pela letra A, seguida de um número.

A1 – Uma atividade importante e bem melhor para o nosso aprendizado.

A2 - Essas atividades faz a aula ficar mais interessante fazendo que nos aprendemos mais.

A3 - ...uma maneira mais descontraída de aprender o conteúdo.

A4 - Eu gostei muito, pois pelo menos nós saímos e vimos a matemática fora da sala.

A5 - Boa atividade, pois leva o aluno a entender melhor a matéria se ela for aplicada de maneira prática no dia a dia.

A6 - Eu acho que antes de qualquer intervenção para reduzir o volume dos copos descartáveis, os professores deveriam deixar de usar copos e trazer suas próprias garrafinhas porque eles são os que mais usam os copos.

Embora os alunos tenham mostrado dificuldades e uma postura pouco ativa durante o trabalho, na avaliação deles citaram que a atividade ajudou no aprendizado, levando-os a um melhor entendimento do conteúdo, afirmaram ter sido mais interessante e proveitosa do que outras aulas de Matemática e demonstraram interesse na participação nos diálogos e na pesquisa dos dados fora da sala de aula. Notamos que a atividade proposta por meio de uma situação problema, bem próxima da realidade dos participantes, possibilitou despertar o interesse e inspirar reflexões de cunho social e ambiental. Destacamos aqui as potencialidades que a perspectiva crítica da Modelagem tem em favorecer a compreensão do papel da Matemática na sociedade. Dentro desse contexto, Meyer, Caldeira e Malheiros (2013) dirigem-se à Modelagem como *aprendizagem da vida*, em função da sua contribuição na leitura de mundo, na tomada de decisões e na formação para a cidadania.

Esse fato também foi constatado por Soares *et al.* (2014) no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem com aplicações das Funções Exponenciais. Os autores ressaltam que atividades abordando aplicações no dia a dia do aluno permitiram que eles compreendessem a utilização da Matemática. Constatam, portanto, que as atividades de Modelagem nas aulas de Matemática favorecem a construção do conhecimento e criam um ambiente capaz de desenvolver cidadãos críticos, ativos e participativos do mundo que os cerca.

O comentário da aluna A6 nos chamou a atenção porque, nele, ela demonstrou que estava interessada em atitudes que diminuíssem de forma efetiva a quantidade de lixo. Na verdade, todos os alunos, de alguma forma, levantaram sugestões de intervenção para a redução do lixo. Essas reflexões interdisciplinares e sociais dos alunos e o interesse por ações para melhorar a situação de sua realidade, só foram possíveis numa aula de matemática, devido à natureza problematizadora e crítica da Modelagem Matemática. Freitas (2016), atesta a necessidade de oportunizar aos alunos momentos como esses, a fim de garantir aprendizados que transcendam ao conhecimento disciplinar.

Destacamos a necessidade que os alunos viram em utilizar os resultados obtidos no processo de modelagem da situação problema, para fundamentar ações para resolver o problema socioambiental analisado. Essa é uma exigência da Educação Matemática Crítica, promover ações de participação cidadã e de transformações da realidade que nos cercam (SKOVSMOSE, 2001; ALMEIDA; SILVA, 2009).

Com a aplicação da atividade, podemos refletir sobre alguns pontos acerca da contribuição da Modelagem Matemática para a aprendizagem dos estudantes de Ensino Médio, destacamos alguns que respondem aos princípios facilitadores da Aprendizagem Significativa Crítica, segundo Moreira (2000), como citado anteriormente.

O *Princípio da Interação social e do questionamento* foi observado na condução da atividade onde os alunos foram incentivados, por meio de perguntas, a darem suas sugestões sobre como resolver o problema, partindo de suas noções intuitivas sobre volume e chegando, com a ajuda da professora, aos resultados e a compreensão do conteúdo matemático em questão. Esta característica da Modelagem Matemática de fundamentar-se na busca de respostas para uma situação não matemática permite a aprendizagem por meio do questionamento e ao dar autonomia e voz aos alunos, gera a interação entre o professor e os alunos (SILVA; KATO; DE PAULO, 2012).

O *Princípio da não-centralidade no livro texto* foi observado porque utilizamos um material elaborado com dados reais para o estudo, advindos de uma situação do ambiente natural dos alunos. Além disso, os estudantes possuíam uma familiaridade com a situação analisada e uma consciência da necessidade de refletir sobre ações para reduzir o lixo, fazendo com que o tema de estudo adquirisse significado para eles e também os despertasse interesse por aprender. Relacionamos, portanto, esse ponto como um indicativo do *Princípio da consciência semântica*.

O *Princípio do aluno como receptor/representador* contrapõe a visão do aluno como receptor de ideias, considerando que o conhecimento é construído pelo aluno por meio de sua percepção do mundo e, dessa forma, relaciona-se também com seus conhecimentos prévios. Observamos esse princípio ao não utilizar a narração de definições prontas para os alunos e sim estimulando o desenvolvimento de sua própria compreensão do problema a partir de seus conhecimentos prévios sobre Volume para encontrar os seus caminhos de resolução.

Nos cálculos finais da questão, a maioria dos grupos não conseguiu concluir o raciocínio, necessitando de orientação da professora. No entanto, traçaram algumas estratégias de resolução que, mesmo sem sucesso, foram importantes para contrapor ao raciocínio correto. Ou seja, o erro serviu de trampolim para um novo aprendizado e, nesse ponto notamos uma aproximação ao *Princípio da Aprendizagem pelo erro*.

O momento em que um dos grupos tentou resolver o problema através de um caminho muito longo envolvendo as secções longitudinais dos copos e a professora sugeriu um raciocínio mais simples, ela estava mostrando aos alunos que existem várias possibilidades, diversos raciocínios e que devemos estar abertos para “desaprender” no sentido de aprender melhores caminhos, ideias mais atualizadas, estratégias mais inteligentes, etc. Esse é o *Princípio da desaprendizagem* tão importante para uma sociedade em constante transformação, como afirma Moreira (2000).

O resultado final da atividade, mostrando que com a economia dos sacos de lixo geraria recursos para comprar pelo menos um coletor por semana, mostrou aos alunos que a Matemática, por meio da modelagem da situação da vida, foi capaz de fundamentar e justificar possíveis ações para resolver o problema. Nesse ponto observamos a aproximação ao *Princípio do Conhecimento como Linguagem*, isto é, a Matemática pôde ser trabalhada como um meio de avaliação do mundo, um meio de ler e entender a realidade (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2013).

O *Princípio da Incerteza do Conhecimento* é um dos mais dificilmente trabalhados em uma aula tradicional de Matemática, tratando-a como ciência exata e reforçando seu poder formatador e a ideologia da certeza (SILVA; KATO; DE PAULO, 2012). A aplicação da Modelagem desenvolvida nessa pesquisa, pôde discutir essa ideologia da certeza ao admitir distintos caminhos e até distintas respostas para o mesmo problema, levando em conta as diferentes delimitações dos dados, estabelecidas por cada grupo.

A atividade de Modelagem Matemática segundo uma situação socioambiental, comentada neste trabalho, mostrou-se válida para os objetivos de aprendizagem da Matemática vinculada a cultura do aluno e a sua formação cidadã. Além disso notamos, como apresentado acima, aproximações aos oito princípios facilitadores da Aprendizagem Significativa Crítica, segundo Moreira (2000). Dessa forma, destacamos que a Modelagem Matemática no âmbito da EMC pode contribuir para uma Aprendizagem Significativa Crítica, corroborando com Silva, Kato e De Paulo (2012).

Considerações finais

Acreditamos que é urgente pensarmos na formação mais ampla e cidadã dos jovens, no sentido de dar oportunidades de refletirem e tomarem consciência sobre temas importantes, como esse da problemática do lixo, para que eles se comprometam em ações conscientes de participação e transformação na sociedade. A disciplina de Matemática não deve se abster desse compromisso, visto que ela pode dar várias respostas na investigação dos problemas do cotidiano e fundamental, por meio desses resultados, algumas ações de intervenção na realidade. Os resultados da Modelagem discutidas nesse artigo, por exemplo, além de justificar a compra de coletores para compactar os copos favorecendo a redução do volume de lixo e dos sacos plásticos, conscientizou os alunos sobre o uso irresponsável dos copos descartáveis.

Tendo em vista todas essas possibilidades que a Modelagem Matemática pode gerar no ambiente da sala de aula, consideramos que com um pouco de esforço do professor, é possível, na escola que temos hoje, aplicar metodologias de ensino que atendam a essas teorias educacionais tão ricas e tão verdadeiras, mas que muitas vezes ficam somente no papel.

Motivadas a seguir planejando outras aulas investigativas relacionadas a temas relevantes para os alunos, constatamos que a pesquisa contribuiu não só com a aprendizagem dos estudantes, mas também com o crescimento profissional das professoras idealizadoras da proposta.

Referências

ALMEIDA, L. M. W. ; VERTUAN, R. E. Modelagem matemática na educação matemática. In: ALMEIDA, L. M. W. ; SILVA, K.A. P. *Modelagem matemática em foco*. Rio de Janeiro: ed. Ciência Moderna Ltda, 2014.

- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, A. Por uma educação matemática crítica: a modelagem matemática como alternativa. *Educação Matemática e Pesquisa*, v.12, n.2, p.221-241, 2010.
- ARAÚJO, J. L. *Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: as discussões dos alunos*. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.
- _____. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Alexandria*, v.2, n.2, p. 55-68. 2009.
- BARBOSA, J. C.. Modelagem Matemática e a perspectiva socio-crítica. In: *Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática*. 2003.
- _____. Integrando Modelagem Matemática nas práticas pedagógicas. *Educação Matemática em Revista*, Brasília, ano 14, n. 26, mar. 2009. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/revista14_26.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2016.
- BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem matemática no ensino*. São Paulo: Editora Contexto, 2009.
- BLUM, W. Can Modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In: KAISER, Gabriele et al. (Ed.). *Trends in teaching and learning of Mathematical Modelling: ICTMA 14*. New York: Springer, 2011. p. 15-30.
- BURAK, D. *Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem*. Campinas, Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.
- BURAK, D. *Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula*. *Revista de Modelagem e Educação Matemática*, v.1, n1, p.10-27, 2010.
- CEOLIM, A. J.; HERMANN, W. Entrevista – Ole Skovsmose e sua Educação Matemática Crítica. *RPEM – Revista Paranaense de Educação Matemática*. Campo Mourão, v.1, n.1, jul./dez. 2012.
- D' AMBRÓSIO, U. *Educação Matemática: da teoria à prática*. São Paulo: Papirus, 2012.
- FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- LIMA, E. L. *et al. Temas e Problemas*. 3 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2001. (Coleção do Professor de Matemática)
- MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS A. P. S. *Modelagem em Educação Matemática*. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.
- MOREIRA, M. A. Aprendizagem significativa Crítica. In: MOREIRA, M. A. et al. (Orgs.). *Teoria da aprendizagem significativa*. Peniche, Portugal, p. 121-134, 2000. (Contributos do III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa).
- ROSA, P. R. da S. Uma introdução à pesquisa qualitativa em Ensino de Ciências. Campo Grande: UFMS. 2013. 172 p. Disponível em: [http://www.paulorosa.docente.ufms.br/Uma_Introducao_Pesquisa_Qualitativa_Ensino_Cie](http://www.paulorosa.docente.ufms.br/Uma_Introducao_Pesquisa_Qualitativa_Ensino_Ciencias.pdf)ncias.pdf Acesso em: 20 dez. 2016.

- SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática crítica: A questão da democracia*. Campinas, SP: Papyrus, 2001. 160 p.
- SILVA, C. da; KATO, L. A.; DE PAULO, I. J. C. A perspectiva sociocrítica da modelagem matemática e a aprendizagem significativa crítica: possíveis aproximações. *Investigações em Ensino de Ciências*, v. 17, n.1, p. 109-123, 2012. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID281/v17_n1_a2012.pdf>. Acesso em: 18 jun. 2017.
- SOARES, M. R; JUNIOR, G. S.; PILATTI, L. A; SILVA, S. C. R. Modelagem Matemática: aplicações das funções exponenciais em um curso de Tecnologia. *Experiências em Ensino de Ciências*, Ponta Grossa (PR), v. 9, n.3, p.59-69, 2014. Disponível em: http://if.ufmt.br/eenci/artigos/Artigo_ID254/v9_n3_a2014.pdf Acesso em 10 dez. 2015.