O RACIOCÍNIO LÓGICO DEDUTIVO NAS OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS

The Deductive Logical Reasoning in operations with integers

Viviane B Souza Huf [vivianebsh@gmail.com]
Daiane Forteski [daianeforteski@gmail.com]
Márcio André Martins [prof.mmartins@gmail.com]
Universidade Estadual do Centro-Oeste
Rua Simeão Camargo Varela de Sá, 03, Vila Carli, Campus Universitário Cedeteg, 85.040-080, Guarapuava – PR

Resumo

O presente trabalho investiga o raciocínio lógico dedutivo em operações com números inteiros, em duas turmas de 7º ano da Educação do Campo, em modalidades de ensino distintas, uma na Educação de Jovens e Adultos e outra no Ensino Regular. A pesquisa segue uma abordagem qualitativa por meio da observação participante, tendo como estratégia metodológica o uso de materiais manipuláveis e norteada pela questão: quais estratégias de raciocínio lógico são utilizadas pelos estudantes das diferentes faixas etárias para resolver operações com números inteiros? Os resultados apontam que, mesmo de maneira implícita, a lógica dedutiva está presente nas estratégias de resolução utilizada pelos alunos em ambas as modalidades de ensino.

Palavras-Chaves: Educação Matemática. Lógica Matemática. Aritmética.

Abstract

This paper investigates the logical and deductive thinking in operations with integers, in two classes of 7th grade from field Education, in a different teaching method, one in Youth and Adult Education and the other in regular education. The search follows a qualitative approach by means of participant observation. Therefore, the methodological strategy is the use of manipulable materials and guided by the question: what strategies of logical thinking are used by students from different ages in order to solve operations with integers? The results point that, even in an implicit way, logical thinking is present in both modalities of teaching.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical logic. Arithmetic

Introdução

A utilização do raciocínio lógico dedutivo é um dos aspectos mais relevantes na formação escolar, pois possibilita o desenvolvimento do senso argumentativo, contribui para a análise crítica de situações e na compreensão de conceitos. Segundo Copi "O estudo da Lógica é o estudo dos métodos e princípios usados para diferenciar o raciocínio correto do incorreto." (1978, p.19)

Ao considerar os aspectos que conduzem a aprendizagem no âmbito escolar, percebe-se que o uso do raciocinio lógico faz parte do processo de ensino da Matemática que, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), ajusta-se ao contexto do educando, promovendo o desenvolvimento das capacidades intelectuais, da estruturação e agilidade do raciocínio e da elaboração do pensamento lógico. É um fator importante para a compreensão de conceitos que requerem a utilização de propriedades específicas, dentre elas as operações com números inteiros.

Nesta perspectiva, o estudo tem o propósito de identificar como ocorre o raciocínio lógico dedutivo dos alunos, na resolução de operações com números inteiros, uma vez que essas operações são consideradas, pelos educadores, como um obstáculo ao aprendizado da Matemática.

> A construção do conceito de número inteiro, do ponto de vista matemático, é uma ampliação dos naturais, sendo desta perspectiva necessário demonstrar que as leis do sistema de numeração seguem sendo cumpridas. [...] sabemos que na perspectiva histórica ou da evolução do pensamento matemático, tal ampliação encontrou muitas dificuldades e obstáculos." (TEIXEIRA, 1993, p. 62).

A pesquisa é realizada em duas turmas de 7º ano, na Escola do Campo, pertencentes à modalidades de ensino distintas, uma na Educação de Jovens e Adultos e outra no Ensino Regular. Para a efetivação do estudo utiliza-se uma análise qualitativa com observação participante. Como estratégia metodológica de ensino é considerada a viabilidade da utilização de materiais manipuláveis para subsidiar o desenvolvimento e discutir as principais incoerências que ocorrem durante a realização de operações com números inteiros.

Referencial teórico

A lógica matemática tem papel fundamental na aprendizagem e no desenvolvimento do raciocínio dedutivo. Segundo D'Ottaviano

> A lógica, ciência do raciocínio dedutivo, estuda a relação de consequência dedutiva, tratando entre outras coisas das inferências válidas; ou seja, das inferências cujas conclusões têm que ser verdadeiras quando as premissas o são. A lógica pode, portanto, ser considerada como 'o estudo da razão' ou 'o estudo do raciocínio' (2003, p.1).

Argumentar, interpretar e analisar conteúdos de forma precisa e crítica é um dos objetivos descritos nos Parâmetro Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) quando destacam que "A Matemática ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, além de ser uma ferramenta para tarefas específicas em quase todas as atividades humanas." (BRASIL, 1999, p.256).

O estudo do raciocínio lógico tem como principal organizador o filósofo grego Aristóteles (384 - 322 a.C.), na obra *Organon*, que estabelece os fundamentos do raciocínio lógico pautado em premissas e conclusões (ARISTÓTELES, 1985).

A lógica apresenta duas classes de argumentos: os dedutivos e os indutivos. Nas palavras de Lalande (1993), a dedução consiste em uma operação que permite tirar conclusões com base em uma ou várias premissas, por meio de regras lógicas. No raciocínio dedutivo encontram-se as operações lógicas e os silogismos.

Para Alencar (2002), os silogismos são raciocínios dedutivos estruturados formalmente, a partir de duas proposições (premissas), das quais se obtém, por inferência, uma terceira (conclusão). Entre elas está o *Modus Tolles* (modo de negação), entendido como ($p \rightarrow q$) se p então q, ($\sim q$) se não ocorrer q, ($\sim p$) logo não ocorrerá p.

Nesse contexto as premissas são informações ou hipóteses que fundamentam o raciocínio e conduzem às conclusões. Segundo Alencar (2002), premissa é a proposição, um conjunto de palavras ou símbolos que têm sentido completo, afirmando ou negando fatos ou transmitindo pensamento.

Ainda segundo o autor, as operações lógicas estabelecem regras para o cálculo proposicional, dentre elas estão a: ($\sim$) Negação, (v) Disjunção, ($\rightarrow$) Condicional e ($\leftrightarrow$) Bicondicional.

O desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático, de acordo com Reis (2006), não é a apropriação de conceitos matemáticos, mas processo que conduz ao aperfeiçoamento do pensamento. Os PCNs também destacam a importância de indagar e refletir, para tirar conclusões.

> Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. (BRASIL, 1997, p. 15)

Com relação aos números inteiros, Baldino cita:

> As dificuldades dos números inteiros são antigas. Em sua resenha histórica, Glaeser (1981) descreve as hesitações e perplexidades de matemáticos famosos que, embora usassem os números inteiros sem tropeços em suas pesquisas, buscavam em vão uma explicação convincente da regra dos sinais. A explicação, tal como conhecemos hoje, foi apresentada pela primeira vez por Haenkel, em fins do século passado. Glaeser cita Stendhal, escritor francês que, em autobiografia, se refere a um episódio de sua meninice, datado de fins do Século XVII, pelo qual se vê que suas dúvidas diante dos números inteiros eram essencialmente as mesmas ainda exibidas pelos alunos de hoje (1996, p.4).

Nesse sentido, concorda-se com Courant e Robbins quando afirmam:

> [...] que as regras de sinais não podem ser provadas, mas sim justificadas [e que] levou séculos para que os matemáticos percebessem que a regra de sinais, conjuntamente com todas as outras definições que governam os números inteiros e as frações não podem ser provadas. (COURANT; ROBBINS, 1941, *apud* POMMER 2010, p. 4).

Uma série de obstáculos de natureza epistemológica, no percurso de formalização axiomática dos números inteiros, são destacados por Glaeser (1985) *apud* Alcântara (2013, p.8):

> • a dificuldade em dar um sentido à quantidades negativas isoladas;
>
> • a dificuldade em unificar a reta numérica, expressa pela concepção da reta como justaposição de duas semiretas opostas, o que desconsidera o caráter dinâmico e estático dos números e a diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas;
>
> • a ambiguidade do zero absoluto e do zero como origem;
>
> • a oposição relativa à concretude que decorre espontaneamente nos números naturais;
>
> • a necessidade de um modelo unificador do aditivo para o campo multiplicativo.

No intuito de auxiliar na promoção de práticas que potencializam o incremento das operações com números inteiros, os materiais manipuláveis dotam de significados as estratégias utilizadas, que segundo Bezerra (1962) *apud* Januario (2008) propiciam aulas mais atraentes e acessíveis aos alunos que apresentam dificuldades de abstração. Conforme Januario (2008) são quatro as funções que justificam seu emprego no trabalho com a Matemática:

> • motivadora – os materiais despertam o desejo no educando de trabalhar essa ciência que, possivelmente, foi apresentada de forma estática, pronta e fechada;
>
> • auxiliadora na apresentação da matéria – o professor, ao introduzir um novo conteúdo, poderá recorrer a esses recursos para facilitar as explicações e mediar a passagem do concreto ao abstrato;
>
> • fixadora – reforçar o estudo de conteúdos já trabalhados ou que está sendo proposto no momento;
>
> • verificadora – os alunos podem encontrar respostas e justificativas para alguns porquês matemáticos ou a origem de alguns procedimentos (fórmulas, algoritmos) (JANUARIO, 2008, p. 37).

Segundo os PCNs de Matemática do Ensino Fundamental há diversas maneiras de abordar os números inteiros sendo de grande relevância o papel do professor em propor atividades dinâmicas pautadas na construção do raciocínio do estudante em sintonia com o Plano Nacional do Livro Didático (PNLD):

> A explicitação da estruturação Matemática não deve ocorrer com uma apresentação sistemática e excessiva de demonstrações rigorosas, mas pela organização do assunto de maneira a respeitar uma lógica interna, a interdependência entre suas diversas partes, o relacionamento entre a teoria e a prática e os raciocínios abstratos (2005, p.197).

Conseguir identificar aspectos de raciocínio lógico nos relatos dos alunos e conectá-los com o método dedutivo é um passo importante para a elucidação do pensamento abstrato. Nesse entendimento apresenta-se algumas atividades que auxiliam para a compreensão destes conceitos.

Metodologia

Para a realização do estudo adota-se uma pesquisa qualitativa com observação participante que segundo Valladares "[...] supõe a interação pesquisador/pesquisado. As informações que obtém, as respostas que são dadas às suas indagações, dependerão, ao final das contas, do seu comportamento e das relações que desenvolve com o grupo estudado." (2007, p.153).

A investigação se dá em duas turmas distintas de 7º Ano do Ensino Fundamental, uma no Ensino Regular e outra no Centro Estadual de Educação Básica para Jovens e Adultos (EJA), ambos em colégios estaduais, do interior do Paraná. A participação é de 12 alunos com idade entre 11 e 12 anos no Ensino Regular e com 7 alunos com idades acima de 15 anos, na EJA.

São usados como instrumentos de investigação duas atividades realizadas com materiais manipuláveis, idealizados e fornecidos pelas pesquisadoras.

A primeira atividade usa um material semelhante ao sugerido por Bordin e Bisognin (2011), em que se faz a manipulação de fichas com duas cores distintas, com as seguintes representações:  (ficha de cor laranja corresponde a +1)  (ficha de cor verde corresponde a -1)

Dessa maneira, quando adicionadas uma anula a outra e resulta em zero, isto é:  +  = 0

Para representar a adição 3 + (-2) coloca-se 3 fichas verdes adicionadas com 2 fichas laranjas + 

A segunda atividade enfoca as operações de soma e produto de números inteiros, conforme figura 1.

No quintal da casa de João formigas estão construindo sete formigueiros, nas localizações descritas abaixo e cada dia elas trabalham com camisetas que possuem números que quando somados e multiplicados identificam o formigueiro que esta em construção. Ajude João a encontrar o número escrito em cada formigueiro.

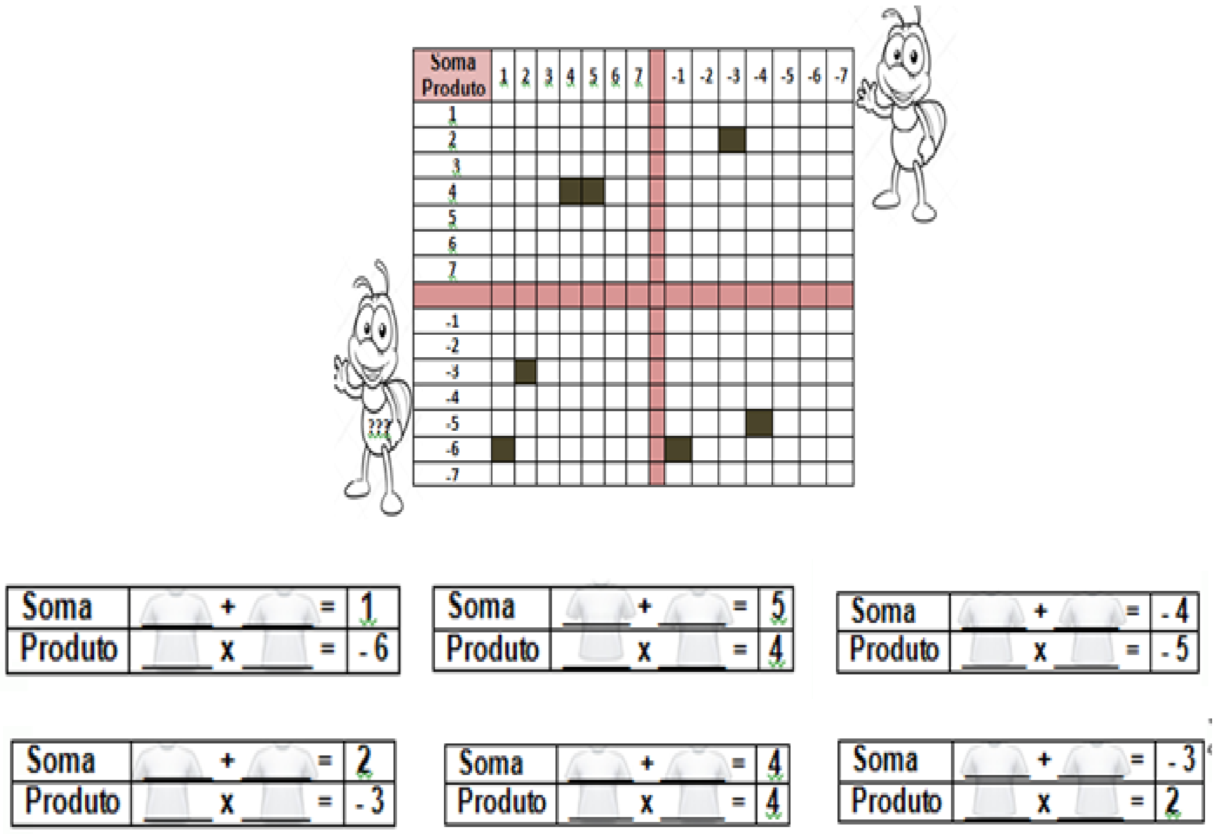

Figura 1: Apresentação da segunda atividade
Fonte: As autoras (2017)

As atividades têm como finalidade verificar a ocorrência de raciocínio lógico dedutivo, por meio de operações lógicas como a negação, a disjunção, a condicional e a bicondicional, ou o uso de falácias e sobre os raciocínios: *Modus Tollens*.

Durante a realização das atividades os alunos são incentivados a argumentar e discutir as suas respostas, a fim de fundamentar as conclusões. Os dados são coletados em duas aulas de cinquenta minutos cada, e registrado com fotos, áudios e a produção escrita dos estudantes.

Experiência com a primeira atividade

São distribuídos aos alunos 60 fichas de papel cartão coloridas, 30 vermelhas e 30 azuis, sendo as vermelhas positivas e as azuis negativas. A figura 2 mostra os alunos resolvendo a primeira atividade com as operações constantes na figura 3.

Figura 2: Realização da primeira atividade
Fonte: As autoras (2017)

Positivo (+)

Negativo (-)

Adição	Subtração
(+7) + (-5) =	(+8) - (-4)=
(-5) + (+10) =	(-9) - (+5)=
(+6) + (+4) =	(+10) - (-4)=
(-8) + (-7) =	(-4) - (-12)=
(+5) + (+10) =	(-5) - (+9)=

Figura 3: Operações desenvolvidas pelos alunos na atividade 1
Fonte: As autoras, seguindo ensinamentos de Bordin e Bisognin (2011)

Para a realização da atividade as professoras relatam aos alunos os passos a serem executados durante o processo, esclarecendo que cada ficha representa uma unidade e que as cores vermelha e azul, representam o sinal de positivo e negativo respectivamente. Os alunos iniciam as operações, sobre as quais levantam os questionamentos:

Professor Ensino Regular (p1): O que vocês percebem quando a operação é de adição?

Aluno A: Se são cores iguais de ambos os lados é só juntar as fichas, que temos o resultado.

Percebemos que o aluno A evidencia duas premissas *p e q*. Sendo a premissa *p:* cores iguais de ambos os lados e a premissa q: junta-se as fichas. Dessa forma fez o uso da condicional ($p \rightarrow q$): Se as fichas têm cores iguais de ambos os lados, então junta-se as fichas.

(p1): Então quer dizer que fichas de cores diferentes se anulam?

Aluno B: Sim, se eu não juntei as fichas é porque não são de cores iguais.

Já o aluno B faz uso da argumentação por negação *Modus Tollens* com as premissas *p* e *q* tem*:* $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \rightarrow \sim p$, se as fichas têm cores iguais de ambos os lados então junta-se as fichas, portanto se não junto as fichas é porque elas não são de cores iguais.

(p1): Como eu sei se o resultado é positivo ou negativo?

Aluno C: Para saber o resultado da conta basta olhar na cor da ficha, vermelho positivo e azul negativo.

Tanto na adição quanto na subtração, os alunos não apresentam nenhuma dificuldade. Manuseiam corretamente as fichas, porém na subtração usam alguns artifícios designando o sinal negativo como mentira e o sinal positivo como verdade. Na primeira operação com subtração, mostrada na imagem 2: ((+8) – (-4)), chegam à seguinte conclusão:

Aluno D: De um lado tenho oito, positivo e deste outro lado tenho quatro, negativo, como tenho a operação de subtração fica mentira que é menos quatro logo quatro é positivo e eu uso quatro fichas vermelhas, ou seja, de um lado uso oito fichas vermelhas e de outro mais quatro fichas vermelhas, sendo ambas as partes vermelha é só juntar que terei um resultado positivo [sic].

Da mesma forma, observa-se na conclusão do aluno D o uso de operações lógicas, negação sendo r: (-4), ~r: (+4).

Professor EJA (p2): Diante da operação de adição, o que podemos observar?

Aluno A1: As fichas são iguais, então nesse caso não devemos anular nenhuma;

Aluno B1: É como se tivéssemos ganhado as duas quantidades;

Observa-se que os silogismos determinados pelos alunos da EJA, conduzem às mesmas conclusões relatadas nas falas dos alunos do ensino regular, embora tenham empregado justificativas diferentes para a realização da operação. As duas turmas descrevem suas constatações por meio de raciocínios silogísticos.

No entanto nas operações com sinais diferentes, os alunos da EJA alcançam conclusões diferentes. Nas operações (-5) + (+10) e (-4) - (-12) surgiram os seguintes questionamentos:

Aluno A1: O menos cinco indica o que eu estou devendo e o mais dez quanto tenho para pagar, sendo assim necessito de cinco fichas positivas para anular as cinco negativas e ainda sobram cinco fichas positivas ao final.

Aluno B1: Se tenho mais do que devo então é claro que vai sobrar.

Aluno C1: Basta equilibrar as fichas e ver o que sobra;

Nessas afirmações os alunos fundamentam os argumentos no modelo axiomático de inverso aditivo ou simétrico, em um raciocínio dedutivo válido, expresso por meio da utilização de uma proposição condicional (r é suficiente para s), "Para anular o menos cinco é suficiente cinco fichas verdes, sobrando assim cinco fichas das dez que possuo"

Já a operação (-4)-(-12) os alunos não conseguiram representar a situação descrita por meio das fichas, necessitando de intervenção para a interpretação.

Aluno A1: Se tenho quatro fichas vermelhas e doze fichas vermelhas não é possível anular ninguém.

Aluno B1: Para poder anular um deles deveria ser positivo;

(p2): Como posso fazer para obter o elemento neutro então?

Aluno C1: Se o quatro fosse positivo, na operação de adição, neste caso, o resultado é 8.

Observa-se, nas conclusões dos alunos, os raciocínios silogísticos na forma $(p \wedge q) \rightarrow r$, que é composto por duas operações lógicas, aspectos que revelam a condição de expressar proposições baseadas em mais de uma premissa.

Experiência com a segunda atividade

A segunda atividade realizada no ensino regular é em forma de desafio e em dupla, como mostra a figura 4.

Figura 4: Realização da segunda atividade
Fonte: As autoras (2017)

O intuito é despertar o interesse dos alunos e facilitar a resolução, concordando com Oliveira quando aponta que: "Devemos procurar alternativas para aumentar a motivação para a aprendizagem, desenvolver a autoconfiança, a organização, a concentração, estimulando a socialização e aumentando as interações do indivíduo com outras pessoas" (2007, p. 5).

O professor observa e questiona os alunos para identificar os argumentos que fundamentam a maneira como é desencadeada a resolução das operações.

(p1): Alguém tem uma dica por qual operação começar? Na soma ou na multiplicação?

Aluno A: Começar pela multiplicação facilita, pois nela temos uma característica que já estudamos anteriormente: o resultado é negativo na multiplicação de dois números quando pelo menos um entre eles é negativo. Se ambos os números tiverem o mesmo sinal o resultado será positivo.

Encontra-se na afirmação o uso de operações lógicas. Sendo a premissa p: o resultado é negativo na multiplicação de dois números e a premissa q: quando pelo menos um dentre eles é negativo. Tem-se: $(p \leftrightarrow q)$, o resultado é negativo na multiplicação de dois números se, e somente se, um dentre eles for negativo.

Sendo a premissa r, resultado positivo e a premissa s, números com o mesmo sinal, tem se: $(r \leftrightarrow s)$, resultado positivo se, e somente se, os números tiverem o mesmo sinal.

(p1): Alguma outra observação?

Aluno E: Se mudarmos um número em qualquer das operações não obtemos o mesmo resultado, não tenho muitas opções de números para usar e obter a soma 5 e a multiplicação 4, por exemplo.

Nesta afirmação constata-se o uso de *Modus Tolles* em que: $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \rightarrow \sim p$, para que a soma de x + y resulte em 5 e a multiplicação de x . y resulte em 4, não pode ser trocado x ou y por nenhum outro número sem que seja alterado o resultado.

Na atividade realizada pela turma de Educação de Jovens e Adultos as fichas são dispostas para os alunos para que completem com os valores adequados. No entanto, por ser uma turma pequena, os alunos interagem e discutem, em conjunto, as hipóteses. Durante a atividade surgem os questionamentos:

Aluno A: Vai ser difícil, já que podemos usar qualquer número inteiro.

(p2): Mas observando os resultados vocês podem identificar restrições? Ou não?

Aluno B1: Se a soma é 1 como o produto pode ser -6, não é possível ser positivo e negativo.

Nesta análise a validades das premissas é testada da seguinte maneira:

$(p \rightarrow q)$ p: é positivo, q: é negativo. Então ~p ou ~q

No entanto as duas premissas são verdadeiras o que invalida a análise realizada.

Aluno C1: Pode se fazer a regra de sinal.

Aluno A1: Fiz por tentativa e encontrei 1 e 4, soma 5 e produto 4.

Aluno A1: Porque o 1 não muda a multiplicação.

Aluno B1: Com o dois também dá certo, pois 2+2=4 e 2.2=4.

Aluno C1: Aquelas com números negativos são mais difíceis, porque tem que fazer regra de sinal, por exemplo: 1+1= 2 , mas o produto não é -3. Para isso vou ter que substituir por algum número negativo.

Aluno A1: Para que o produto seja negativo, um só tem que ser negativo porque (-)(-)=(+). Então 3 + (-1)=2 e 3 . (-1)= -3.

Nesta consideração nota-se que o aluno utiliza uma demonstração direta com a utilização do conceito de inverso multiplicativo. Como se utiliza o conjunto dos números inteiros, a única forma de encontrar o produto três é pelo elemento neutro. Dessa maneira constata-se a presença de raciocínio lógico silogístico disjuntivo.

Para que o produto seja negativo um dos números da operação tem que ser negativo e outro positivo. Se o produto é positivo então ambos os números da operação têm o mesmo sinal, ou são positivos ou são negativos.

Considerações Finais

A realização da atividade revela que os estudantes das duas modalidades de ensino usam o raciocínio lógico dedutivo para justificar as operações que desenvolvem com números inteiros. Nos relatos dos alunos, percebe-se a capacidade de argumentar e tirar conclusão a partir de premissas, analisando a veracidade e as implicações da negação, evidenciando, no discurso, a presença de silogismos.

Também se verifica que a faixa etária dos grupos envolvidos influencia o direcionamento da atividade. Mostra ser de difícil compreensão, para o grupo com idade maior, pela dificuldade operatória, trazida pela defasagem de conteúdos e a necessidade de contexto para apropriação de conceitos. Já no primeiro grupo, os alunos encontram caminhos para resolução da atividade, dotando de significado o sinal negativo como mentira, o que torna a compreensão da situação clara e as justificativas mais objetivas. Conforme, Courrant e Robins (1941), estas regras são criadas por cada um para dar liberdade operatória.

O material manipulável é um subsídio importante para a compreensão do conceito de elemento neutro e permite, aos estudantes, identificar a unidade negativa, além de dinamizar o processo de ensino e aprendizagem proporcionando ao aluno um ambiente mais favorável à aprendizagem. Concordando com Jesus e Fino (2005), "[...] esses recursos poderão atuar como catalisadores do processo natural de aprendizagem, aumentando a motivação e estimulando o aluno, de modo a aumentar a quantidade e a qualidade de seus estudos".

Referências

ALCÂNTARA , J. B.N; MARTIN G. F. S. A compreensão dos conceitos da "Regra de Sinais" no Ensino Fundamental. 1.ed. Org Caderno PDE. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uenp_mat_artigo_jusleni_barbosa_nalesso_alcantara.pdf acesso em: 17 de Junho de 2017

ALENCAR Filho, E. de. *Iniciação à lógica matemática.* [s.l.] NBL, 2002.

ARISTÓTELES, Organon. 1ª Edição, Tradução Pinharanda Gomes. Lisboa: Guimaraes, 1985.

BALDINO, R. R. Sobre a epistemologia dos números inteiros. Educação Matemática. São Paulo: *Sociedade Brasileira de Educação Matemática*. 2003, v.3 n.5, p. 4-11, nov. 1996.

BORDIN, L. M; BISOGNIN, E. Os materiais manipuláveis e a utilização de jogos pedagógicos no processo de ensino e aprendizagem das operações com números inteiros. *Anais* II CNEM – Congresso Nacional de Educação Matemática 2011

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática. Brasília: (1997) MEC-SEF.

______. Plano Nacional do Livro Didático - PNLD, (2005). Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/pnld/apresentacao> acesso em: 28/04/2017

______. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Ministério da Educação (MEC). Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília: Governo Federal, 1999.

COPI, I. M. 1978. *Introdução à lógica*. 2. ed.São Paulo: Mestre Jou.

COURANT, R.; ROBBINS, H. *O que é matemática?* Uma abordagem elementar de métodos e conceitos. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2000.

D'OTTAVIANO, I. M. L.; FEITOSA, H. A. Minicurso: História da lógica e o surgimento das lógicas não-clássicas. *V Seminário Nacional da História da Matemática.* UNESP, Rio Claro, 2003.

JANUÁRIO, G. *Materiais manipuláveis*: mediadores na (re) construção de significados matemáticos. Universidade Guarulhos. Centro de pós-graduação, pesquisa e extensão. Curso de pós-graduação lato sensu em educação matemática. Guarulhos, 2008.

JESUS, M. A. S. de; FINI, L. D. T. Uma proposta de aprendizagem significativa de matemática através de jogos. In: BRITO Márcia Regina F. de (org.). *Psicologia da Educação Matemática*: teoria e pesquisa. Florianópolis: Insular, 2005. p. 129-145

LALANDE, A. *Vocábulario técnico e crítico da filosofia*. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

OLIVEIRA, S. A. de. O lúdico como motivação nas aulas de Matemática. *Mundo Jovem*. n. 377, junho de 2007, p. 5.

POMMER, W. M. Diversas abordagens das regras de sinais nas operações elementares em Z. *Seminários de Ensino de Matemática*/SEMA–FEUSP, p. 1-13, 2010.

REIS, S. M. G. dos. *A matemática no cotidiano infantil*: jogos e atividades com crianças de 3 a 6 anos para o desenvolvimento do raciocínio-lógico-matemático. Campinas: Papirus, 2006.

TEIXEIRA, L. R. M. Aprendizagem operatória de números inteiros: obstáculos e dificuldades. *Pró-Posições*, vol. 4, nº 1[10], UNICAMP. Março, 1993.

VALLADARES, L. Os dez mandamentos da observação participante. *Revista Brasileira de Ciências Sociais*, v. 22, n. 63, p. 153-155, 2007